● 2022□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1□□2021·□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x^2+1}, x\geq 0\\ -\dfrac{1}{x}, x<0\end{cases}$ □□□□ $g(x)=f(x)-t$ □□□□□□□□ $x_1,x_2,x_3(x_1<x_2<x_3)$ □□

$-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$ □□□□□□□ □

A□$(3,+\infty)$　　B□$\left(2,+¥\right)$　　C□$\left[2\sqrt{2},+\infty\right)$　　D□$\left(2\sqrt{2},+\infty\right)$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)=f(x)-t$ □□□□□□□□ $x_1,x_2,x_3(x_1<x_2<x_3)$ □□ $0<t<1$ □□□□□

$-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=t+\frac{2}{t}$ □□□□□□.

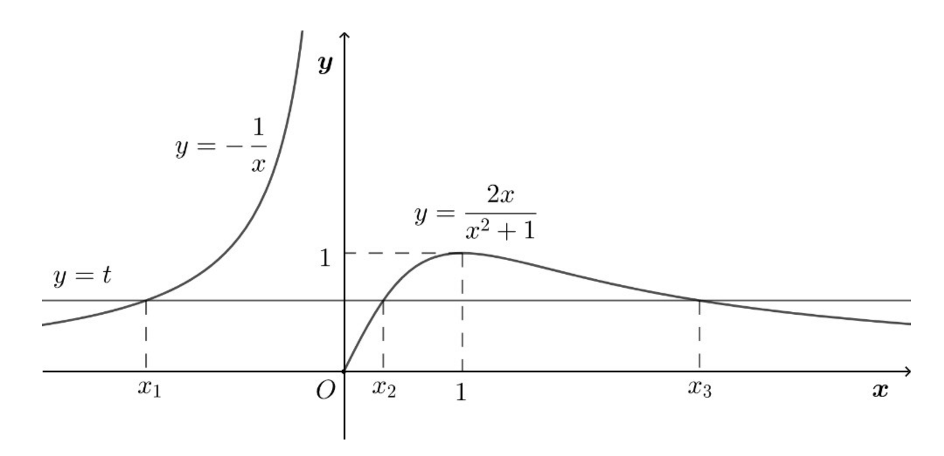
□□□□

□□□□□ $x=0$ □ $f(0)=0$ □

□ $x>0$ □ $f(x)=\frac{2}{x+\frac{1}{x}}\leq\frac{2}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}}=1$ □□□□□ $x=1$ □□□□□□□ $f(x)\in(0,1]$ □□ $(0,1)$ □□□□ $(1,+\infty)$ □□□□

□ $x<0$ □ $f(x)$ □□□□□□ $f(x)\in(0,+\infty)$ □

□□□□□□□□□□□□□



∴□□ $g(x)=f(x)-t$ □□□□□□□ $x_1,x_2,x_3(x_1<x_2<x_3)$ □□ $0<t<1$ □

□□□□ $x<0$ □ $-\frac{1}{x_1}=t$ □□ $x>0$ □□ $\frac{2x}{x^2+1}=t$ □□ $tx^2-2x+t=0$ □□ $x_2+x_3=\frac{2}{t}$ □ $x_2x_3=1$ □

∴ $-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=t+\frac{2}{t}$ □ $0<t<1$ □□ $y=t+\frac{2}{t}$ □ $0<t<1$ □□□□

∴ $-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\in(3,+\infty)$.

□□□A

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □ $y=t$ □□□□□□□□□□□□□□ $-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$ □□ t □□□□□

□□□□□□.

2□□2022·□□□□□□□□□□□□ $A(4,3)$ □ F □□□ $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ □□□□□□□ A □□□□□□□ x □□□□□□□ B □□□□ BF □

□□□□ □

A□ $-\frac{1}{2}$　　B□ $-\frac{2}{3}$　　C□ -1　　D□ $-\frac{4}{3}$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 0 □□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

设过点 $A(4,3)$ 的切线方程为 $y-3=k(x-4)$，化入椭圆方程 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，得

$(3+4k^2)x^2+8k(4k-3)x+4(4k-3)^2-12=0$，

因为直线与椭圆相切，

所以 $\Delta=\left[8k(4k-3)\right]^2-4(3+4k^2)\left[4(4k-3)^2-12\right]=0$，

解得 $k=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

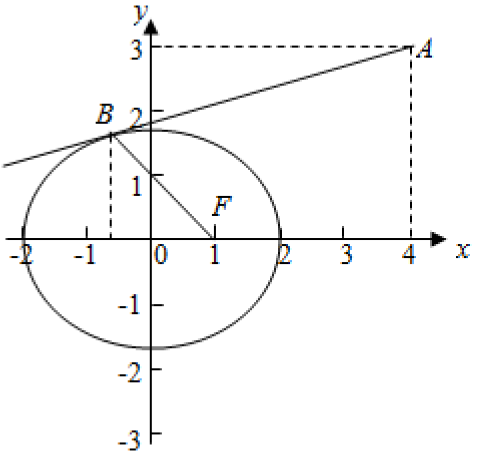
由题意可知 $k=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

此时切点的横坐标为 $x=-\frac{4k(3-4k)}{3+4k^2}=\frac{10\sqrt{2}-12}{-9+4\sqrt{2}}$，

所以直线 BF 的斜率为

$$k=\frac{y_B}{x_B-1}=\frac{kx-4k+3}{x-1}=\frac{\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{10\sqrt{2}-12}{-9+4\sqrt{2}}\right)-4\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+3}{\frac{10\sqrt{2}-12}{-9+4\sqrt{2}}-1}=-\frac{-3+6\sqrt{2}}{-3+6\sqrt{2}}=-1,$$

故选：C



3．（2021·山东省东明县第一中学高三月考）已知不等式 $e^x-(a+2)x\geq b-2$ 恒成立，则 $\frac{b-5}{a+2}$ 的最大值为（　　）

A．$-\ln 3$　　B．$-\ln 2$　　C．$-1-\ln 3$　　D．$-1-\ln 2$

【答案】A

【分析】

□ $f(x)=e^x-(a+2)x$ □□□□□□□□□□□□ $a+2>0$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ a,b □□□□□□□□□

$t=a+2>0$ □□□ $\frac{b-5}{a+2}\le 1-\ln t-\frac{3}{t}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $f(x)=e^x-(a+2)x$ □□ $f'(x)=e^x-(a+2)$ □

□□□ $a+2\ne 0$ □

□ $a+2<0$ □□ $f'(x)>0$ □□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□ $x\to-\infty$ □□ $f(x)\to-\infty$ □□□□□□□□□□

□ $a+2>0$ □□ $x<\ln(a+2)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□ $x>\ln(a+2)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□ $x=\ln(a+2)$ □□

$f(x)_{\min}=f(\ln(a+2))=a+2-(a+2)\ln(a+2)$ □

□□ $a+2-(a+2)\ln(a+2)\ge b-2$ □

□□ $b-5\le(a+2)-(a+2)\ln(a+2)-3$ □□ $t=a+2>0$ □

$b-5\le t-t\ln t-3$ □ $\frac{b-5}{a+2}=\frac{b-5}{t}\le 1-\ln t-\frac{3}{t}$ □

□ $g(t)=1-\ln t-\frac{3}{t}$ □□ $g'(t)=-\frac{1}{t}+\frac{3}{t^2}=\frac{3-t}{t^2}$ □ $0<t<3$ □□ $g'(t)>0$ □ $g(t)$ □□□ $t>3$ □□ $g'(t)<0$ □ $g(t)$ □□□□□

$g(t)_{\max}=g(3)=-\ln 3$ □

□□ $\frac{b-5}{a+2}\le-\ln 3$ □ $\frac{b-5}{a+2}$ □□□□□ $-\ln 3$ □

□□□A□

4□□2022·□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2+a^2+b\ln x,(a,b\in R)$ □□□□□□□□□□0□□ a^2-b □□□□□　□

A□e　　　　B□$2e$　　　　C□$\frac{1}{e^2}$　　　　D□$-\frac{1}{e^2}$

□□□□B

□□□□

求得函数的导数 $f'(x)=2x+\frac{b}{x}$，根据 $f(x)$ 有极小值，得到 $b=-2x_0^2$，又由 $f(x_0)=0$，求得 $x_0^2+a^2+b\ln x_0=0$，得到 $a^2-b=x_0^2+2x_0^2\ln x_0$，利用导数求得函数的单调性与最值，即可求解．

【详解】

由 $f(x)=x^2+a^2+b\ln x,(a,b\in R)$，可得 $f'(x)=2x+\frac{b}{x}$，

因为 $f(x)$ 有极小值，记为 x_0，则 $2x_0+\frac{b}{x_0}=0$，即 $b=-2x_0^2,(x_0>0)$，

又由 $f(x_0)=0$，所以 $x_0^2+a^2+b\ln x_0=0$，

即 $a^2=-x_0^2-b\ln x_0=-x_0^2+2x_0^2\ln x_0\geq 0$，所以 $x_0\geq\sqrt{e}$．

设 $a^2-b=g(x_0)=x_0^2+2x_0^2\ln x_0$，

当 $x_0\geq\sqrt{e}$ 时，$g'(x_0)=4x_0+4x_0\ln x_0\geq 0$，

所以 $g(x_0)=x_0^2+2x_0^2\ln x_0$ 在 $[\sqrt{e},+\infty)$ 上单调递增，

当 $x_0=\sqrt{e}$ 时，可得 $g(x_0)_{\min}=g(\sqrt{e})=2e$，

所以 a^2-b 的最小值为 $2e$．

故选：B．

5．（2022·高邮市第一中学高三月考）已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x+4a, & x>0\\ 2-\log_a(x+1), & x\leq 0\end{cases}$ 在定义域上单调递增，且关于 x 的方程 $f(x)=x+2$ 恰有一个实数根，则实数 a 的取值范围为（　　）

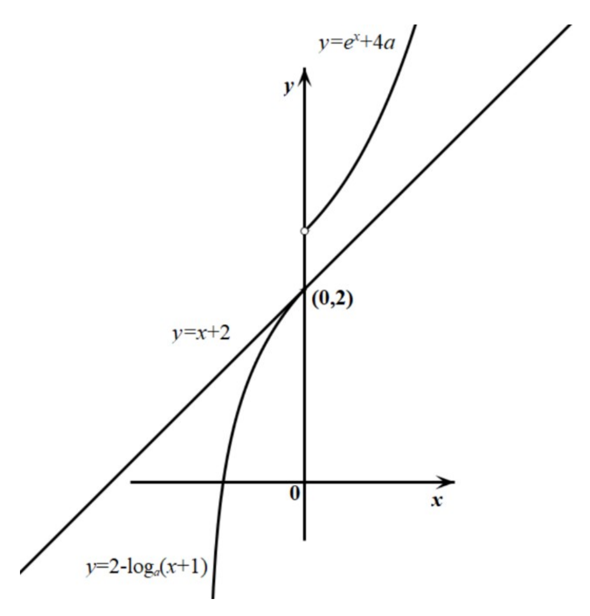
A．$\left[\frac{1}{4},1\right)$　　B．$\left[\frac{1}{4},\frac{1}{e}\right]$　　C．$\left[\frac{1}{e},1\right)$　　D．(0，1)

【答案】C

【分析】

由 $f(x)$ 递增，先求出 a 的范围，再根据 $f(x)=x+2$ 恰有一个实数根，通过数形结合进一步缩小范围．

□□□□



$f(x)$ □□□□□□□□□∴$\begin{cases}0<a<1\\4a+1\ge 2\end{cases}$□∴$\frac{1}{4}\le a<1$□

∵$y=e^x+4a$□$x=0$□□□□$y-(4a+1)=x$□□$y=x+4a+1$□

□$4a+1\ge 2$□$y=x+2$□$y=e^x+4a(x>0)$□□□□□

∴$y=x+2$□$y=2-\log_a(x+1)$□□□□□□□□□□□$(0,2)$

∴$y=2-\log_a(x+1)$□$x=0$□□□□□□□□□□□□□1□

$y'=-\frac{1}{(x+1)\ln a}$□$k=-\frac{1}{\ln a}\ge 1$□∴$\ln a\ge -1$□∴$a\ge\frac{1}{e}$□

□□□$\frac{1}{e}\le a<1$

□□□C.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

6□□2022·□□□□□·□□□□□□□□□□□$f(x)=\sin 2x-4x-m\sin x$□$[0,2\pi]$□□□□□□□□□m□□□□□□□（　　）

A□$(-2,2)$　　B□$[-2,2]$　　C□$(-1,1)$　　D□$[-1,1]$

□□□□B

□□□□

□□□□□ $f(x)=4\cos^2 x - m\cos x - 6 \le 0$ □ $\forall x\in[0,2\pi]$ □□□□□□ $t=\cos x\in[-1,1]$ □□ $g(t)=4t^2-mt-6$ □□ $g(t)\le 0$ □

$[-1,1]$□□□□□□□□□□□□□□□□ $\begin{cases} g(-1)\le 0 \\ g(1)\le 0 \end{cases}$ □□□□□□ m □□□□□

□□□□

□□□□ $f(x)=\sin 2x - 4x - m\sin x = 2\sin x\cos x - 4x - m\sin x$ □

□□ $f'(x)=2(2\cos^2 x-1)-4-m\cos x=4\cos^2 x - m\cos x - 6\le 0$ □ $\forall x\in[0,2\pi]$ □□□.

□ $t=\cos x\in[-1,1]$ □□ $g(t)=4t^2-mt-6$ □□ $g(t)\le 0$ □ $[-1,1]$ □□□□□

□□□□□□□□ $\begin{cases} g(-1)\le 0 \\ g(1)\le 0 \end{cases}$ □□ $\begin{cases} 4+m-6\le 0 \\ 4-m-6\le 0 \end{cases}$ □

□□ $-2\le m\le 2$.

□□□B.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

7□□2022·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}-\sin x+x^2-3x$ □□□□ $f(x^{\frac{1}{2}})-f(-x^{\frac{1}{2}})<2f(\frac{1}{2})$ □ x □□□□□□□ □

A□ $(-1,\frac{1}{4})$

B□ $(-1,1)$

C□ $(\frac{1}{4},1)$

D□ $(\frac{1}{4},+\infty)$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $\frac{1-x}{1+x}>0$ □□ $(1-x)(1+x)>0\Rightarrow (x-1)(x+1)<0$ □□ $f(x)$ □□□□□ $(-1,1)$ □

□□□□□□□□□□□ x □□□

$f(-x)=\ln\frac{1+x}{1-x}+\sin x-x^3+3x$□ $f(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}-\sin x+x^3-3x$

$\therefore f(-x)+f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}+\sin x-x^3+3x+\ln\frac{1-x}{1+x}-\sin x+x^3-3x=\ln\frac{1+x}{1-x}+\ln\frac{1-x}{1+x}=\ln 1=0$

□□ $f(x)$ □□□□□

□□□ $\ln\frac{1-x}{1+x}=\ln\left(-1+\frac{2}{1+x}\right)$ □□□ $\frac{2}{1+x}$ □ $(-1,1)$ □□□□□

□□ $\ln\frac{1-x}{1+x}=\ln\left(-1+\frac{2}{1+x}\right)$ □ $(-1,1)$ □□□□□

$-\sin x$ □ $(-1,1)$ □□□□□

□□ $(x^3-3x)'=3x^2-3<0$ □□□ x^3-3x □ $(-1,1)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□

□□ $f\left(x^{\frac{1}{2}}\right)-f\left(-x^{\frac{1}{2}}\right)=2f\left(x^{\frac{1}{2}}\right)<2f\left(\frac{1}{2}\right)$

□□□ $f\left(x^{\frac{1}{2}}\right)<f\left(\frac{1}{2}\right)$□

□ $\frac{1}{2}<x^{\frac{1}{2}}<1$ □□□ $\frac{1}{4}<x<1$

□□□C.

8．（2022·□□□□□□□□□□□） $f(x)=\frac{ae^x}{x}-x$，$x\in(0,+\infty)$ □□ $\forall x_1$□$x_2\in(0,+\infty)$ □□ $x_1<x_2$□ $\frac{f(x_1)}{x_2}-\frac{f(x_2)}{x_1}<0$ □□□□

□ a □□□□□□（　）

A□$\left(-\infty,e^{-\frac{1}{2}}\right]$　　B□$\left[\frac{2}{e},+\infty\right)$　　C□$\left(-\infty,e^2\right]$　　D□$\left(e^{\frac{1}{3}},+\infty\right)$

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□ $x_1f(x_1)<x_2f(x_2)$ □ $\forall x_1$□$x_2\in(0,+\infty)$ □□ $x_1<x_2$ □□□□□□□ $g(x)=xf(x)$□

□□□ $g'(x)=ae^x-2x\ge 0$ □□ $\forall x\in(0□+\infty)$ □□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□

□□ $\forall x_1$ □ $x_2\in(0□+\infty)$ □□ $x_1<x_2$ □ $\dfrac{f(x_1)}{x_2}-\dfrac{f(x_2)}{x_1}=\dfrac{x_1f(x_1)-x_2f(x_2)}{x_1x_2}<0$ □□□□

$\therefore x_1f(x_1)<x_2f(x_2)$ □ $\forall x_1$ □ $x_2\in(0□+\infty)$ □□ $x_1<x_2$ □□□□

□ $g(x)=xf(x)=x\left(\dfrac{ae^x}{x}-x\right)=ae^x-x^2$ □

□□□ $g'(x)=ae^x-2x\ge 0$ □□ $\forall x\in(0□+\infty)$ □□□□

□ $a\ge\dfrac{2x}{e^x}$ □□ $\forall x\in(0□+\infty)$ □□□□ $\therefore$ □□ $a\ge(\dfrac{2x}{e^x})_{max}$ □

□ $t(x)=\dfrac{2x}{e^x}(x>0)$ □□ $t'(x)=\dfrac{2(1-x)}{e^x}$ □

$\therefore$ □ $0<x<1$ □□ $t'(x)>0$ □□ $x>1$ □□ $t'(x)<0$ □

$\therefore t(x)$ □ $(0□1)$ □□□□□□□ $(1□+\infty)$ □□□□□□

$\therefore t(x)_{max}=t(1)=\dfrac{2}{e}$ □ $\therefore a\ge\dfrac{2}{e}$ □

$\therefore a$ □□□□□□ $\left[\dfrac{2}{e}□+\infty\right)$ □

□□□B□

9□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\dfrac{1}{6}x^3+\dfrac{1}{2}bx^2+cx$ □□□□ $f'(x)$ □□□□□□□□ $f'(x)-\ln x=0$ □□□

$\left[\dfrac{1}{e},e\right]$ (□□ e □□□□□□□□)□□□□□□□□□□□□□□□□ c □□□□□□

A□ $\left[-1-\dfrac{1}{2e^2},-\dfrac{1}{2}\right]$ B□ $\left[-1-\dfrac{1}{2e^2},-\dfrac{1}{2}\right)$ C□ $\left[1-\dfrac{1}{2}e^2,-\dfrac{1}{2}\right)$ D□ $\left[1-\dfrac{1}{2}e^2,-\dfrac{1}{2}\right]$

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□ $b=0$ □□ $f'(x)-\ln x=0$ □□□ $c=\ln x-\frac{1}{2}x^2$ □□□□□□□□□□ $y=c$ □□□ $g(x)=\ln x-\frac{1}{2}x^2$ □□□ $\left[\frac{1}{e},e\right]$

□□□□□□□□□□□□□□ c □□□□□□□□□□□□ $y=g(x)$ □□□ $\left[\frac{1}{e},e\right]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ c □□□□□□

□□□□

Q $f(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}bx^2+cx$ □ $\therefore f'(x)=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ □

□□□ $y=f'(x)$ □□□□□□□ $x=-b$ □□□□□□□□□□□□ $-b=0\Rightarrow b=0$ □

$\therefore f'(x)=\frac{1}{2}x^2+c$ □□ $f'(x)-\ln x=0$ □□ $\frac{1}{2}x^2+c-\ln x=0$ □□ $c=\ln x-\frac{1}{2}x^2$.

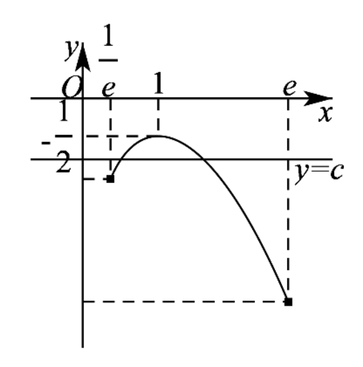
□□□□□□□□ $y=c$ □□□ $g(x)=\ln x-\frac{1}{2}x^2$ □□□ $\left[\frac{1}{e},e\right]$ □□□□□□□□□□□□□□ c □□□□□□

$g'(x)=\frac{1}{x}-x=\frac{1-x^2}{x}$ □□ $g'(x)=0$ □□ $x=1$ □□□□□□

x	$\left(\frac{1}{e},1\right)$	1	$(1,e)$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗	□□□	↘

□□□□□ $y=g(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□□□ $g(x)_{\max}=g(1)=-\frac{1}{2}$ □

□ $g\left(\frac{1}{e}\right)=-1-\frac{1}{2e^2}$ □ $g(e)=1-\frac{e^2}{2}$ □□□□ $g(e)<g\left(\frac{1}{e}\right)$ □□□□□□□



□□□□□□□□$g\left(\frac{1}{e}\right) \le c < g(1)$□□□□$-1-\frac{1}{2e^2} \le c < -\frac{1}{2}$□□□□$y=c$□□□$y=g(x)$□□□$\left[\frac{1}{e}, e\right]$□□□□□□□□□□□□$c$□□□

□□□$\left[-1-\frac{1}{2e^2}, -\frac{1}{2}\right)$□

□□B□

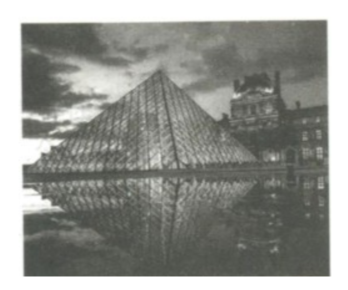
□□□□

□□$y=c$□□□$y=g(x)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□

10□□2022·□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□a□□□$\frac{2}{3}a$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□　□



A□$\frac{17}{40}a$　　B□$\frac{5}{8}a$　　C□$\frac{5\sqrt{5}}{24}a$　　D□$\frac{2\sqrt{13}}{13}a$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□□□□□AD□□□Q□□□PQ□QM□□O□$ON \perp PQ$□□□□□$ON \perp$□PAD□□□□□$|ON|$□□O□□PAD□□□□

□□□□□□□□□$|ON|$□□□

□□□□

□□□M□P□□$ABCD$□□□□□□$PM=\frac{2a}{3}$□$AB=BC=CD=AD=a$□□O□□□□□□□□□$OP=OC=r$□$CM=\frac{\sqrt{2}a}{2}$□

$CO^2=CM^2+OM^2$□□□$\left(\frac{2a}{3}-r\right)^2=r^2-\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2$□□□$r=\frac{17}{24}a$□□$AD$□□□$Q$□□□$PQ$□$QM$□□$O$□$ON\perp PQ$□□□

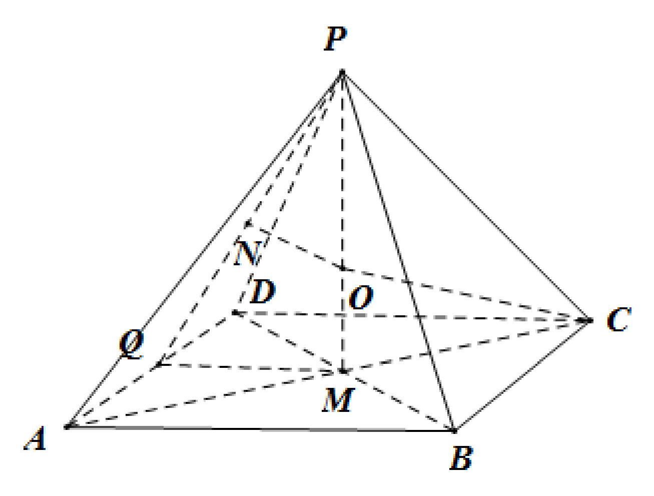
□□□$AD\perp PQ$□$AD\perp QM$□$PQ\cap QM=Q$□$PQ,QM\subset$□PQM□□□$AD\perp$□PQM□□$AD\subset$□PAD□□□□

$PAD\perp$□PQM□□□$PAD\cap$□$PQM=PQ$□$ON\subset$□PMQ□□□$ON\perp$□PAD□□$|ON|$□□O□□PAD□□□□

□□$PQ=\sqrt{PM^2+MQ^2}=\sqrt{\left(\frac{2a}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{2}a\right)^2}=\frac{5}{6}a$

□$\triangle PNO\sim\triangle PMQ$□□$\frac{|PO|}{|ON|}=\frac{|PQ|}{|QM|}$□□□$|ON|=\frac{|PO|\cdot|QM|}{|PQ|}=\frac{\frac{17}{24}a\times\frac{1}{2}a}{\frac{5}{6}a}=\frac{17}{40}a$

□□□A



11□□2022·□□□□□□□□□□$f(x)$□□□□R□□□□□□□□$f(2-x)=f(x)$□□□$\{a_n\}$□□$a_1=-1$□□

$a_{n+1}=\left(1+\frac{1}{n}\right)a_n+\frac{2}{n}(n\in \mathbf{N}^*)$.□ $f(a_{22})=$□ □

A□0 B□-1 C□21 D□22

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□ $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}+\frac{2}{n(n+1)}$ □□□□□□□□ $a_n=n-2$□ $f(x)$ □□□□R□□□□□□□□ $f(2-x)=f(x)$ □□□

$f(x)=-f(x-2)=f(x-4)$ □□□□□ $T=4$□

□□ $f(a_{22})=f(20)=f(0)$ □□□□.

□□□□

□ $a_{n+1}=\left(1+\frac{1}{n}\right)a_n+\frac{2}{n}(n\in \mathbf{N}^*)$

□□ $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}+\frac{2}{n(n+1)}$□

□□□□□□□□ $\frac{a_n}{n}=\frac{a_1}{1}+2(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n})=-1+2-\frac{2}{n}=1-\frac{2}{n}$

□□ $a_n=n-2$ □□□ $a_{22}=$20□

$f(x)$ □□□□R□□□□□□□□ $f(2-x)=f(x)$ □

□□ $f(x)=-f(x-2)=f(x-4)$ □

□□□□ $T=4$□

□ $f(x)$ □□□□R□□□□□□□□ $f(0)=0$□

$f(a_{22})=f(20)=f(0)=0$□

□□□A.

□□□□

□□□.

□□□□□□□□

□1□□□□□□□

□2□□□□□□□□

□3□□□□□□□□□□□.

12□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax\ln x-\frac{1}{2}x^2+a$ □□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□ □ □

A□$(-\infty,0)$　　B□$(0,+\infty)$　　C□$(-\infty,1)$　　D□$(1,+\infty)$

□□□□A

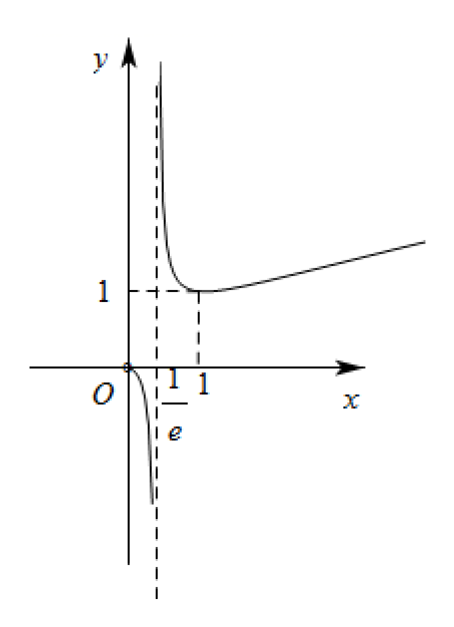
□□□□□□□□□ $f'(x)$ □□□□□ $f'(x)=0$ □□□

□□□□□

□□□□□□□□ $f(x)$ □□□ $f'(x)=a(1+\ln x)-x$ □

□ $f'(x)=0$ □□ $a(1+\ln x)-x=0$ □□ $a=\frac{x}{1+\ln x}\left(x>0,x\neq\frac{1}{e}\right)$ □

□ $g(x)=\frac{x}{1+\ln x}\left(x>0,x\neq\frac{1}{e}\right)$ □□ $g'(x)=\frac{\ln x}{(1+\ln x)^2}$ □



□ $g'(x)<0$ □□ $0<x<\frac{1}{e}$ □ $\frac{1}{e}<x<1$ □□□□□ $g(x)$ □□□ $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ □ $\left(\frac{1}{e},1\right)$ □□□□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□□

$f(x)=ax\ln x-\frac{1}{2}x^2+a$□□□□□□□□□□□□□$y=a$□□□$g(x)=\frac{x}{1+\ln x}\left(x>0,x\neq\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$□□□□□□□□□□

$g(x)=\frac{x}{1+\ln x}$□□□□□□□□□□$a<0$□$a=1$□□$a=1$□□ $f(x)=\ln x-x+1\leq0$□□□□□ $f(x)$□□□□□$a<0$□

□□□A

13□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□C□$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$□□□□$F$□□□□$l$□$C$□□□□□□□A□$B$□□□A□$B$□□□$y$□□□□

□□□$AF=\frac{1}{2}FB$□O□□□□□□□$\angle OBA=30^\circ$□□□□C□□□□□□　□

A□$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B□$\sqrt{3}$　　C□$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　D□$\frac{5\sqrt{3}}{3}$

□□□□A

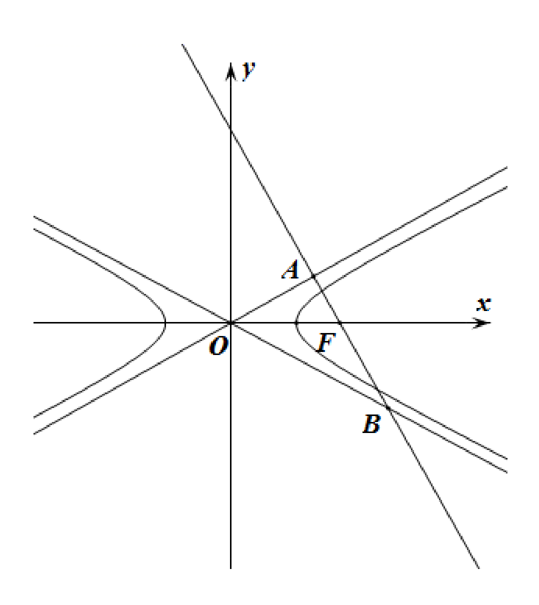
□□□□□$BF=2m$□$AF=n$□□□□□x□□□□□θ□□$\triangle OAF$□$\triangle OBF$□□□□□□□□□□□□$\theta=30^\circ$□□□□□$\tan\theta=\frac{b}{a}$□□□

□□□□□□

□□□□

□□□$BF=2m$□$AF=n$□□□□□x□□□□□θ□□$\triangle OAF$□$\triangle OBF$□□□□□□□□$\frac{m}{\sin\theta}=\frac{c}{\sin(150^\circ-2\theta)}$□$\frac{2m}{\sin\theta}=\frac{c}{\sin30^\circ}$□

□$\frac{1}{2}=\frac{\sin30^\circ}{\sin(150^\circ-2\theta)}$□□$\sin(150^\circ-2\theta)=1$□□$\theta=30^\circ$□□$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{b}{a}$□□□$e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$□□□$A$.



14□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=|\sin x|\cdot\cos x$ □□□□□□□□□□

A□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{\pi}{2}$ □□

B□ $f(x)$ □□□□ π

C□□ $|f(x_1)|=|f(x_2)|$ □□ $x_1=x_2+2k\pi$ □ $k\in Z$ □

D□ $f(x)$ □□□ $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$ □□□□□

□□□□D

□□□□

$\because f(x)=|\sin x|\cdot\cos x=\begin{cases}\frac{1}{2}\sin 2x, & 2k\pi\le x<\pi+2k\pi\\ -\frac{1}{2}\sin 2x, & \pi+2k\pi\le x<2\pi+2k\pi\end{cases}$ □ $k\in Z$ □□□□□□□□□□□□ $x=k\pi$ □ $k\in Z$ □□□□A□□□

$f(x)$ □□□□ 2π □□B□□□□□ $|f(x)|$ □□□□ $\frac{\pi}{2}$ □□ $|f(x_1)|=|f(x_2)|$ □□ $x_1=x_2+\frac{1}{2}k\pi$ □ $k\in Z$ □□□C□□□ $f(x)$ □□□

$\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$ □□□□□□□D□□□□□D.

15□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin x+\cos x\sin x$ □□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ □

① 2π □ $f(x)$ □□□□

② $f(x)$ □□□□□

③ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{\pi}{2}$ □□□

④ $f(x)$ □□□□□ $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

A□1□　　B□2□　　C□3□　　D□4□

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□①②③□□□□□□□□□□□□□④□

□□□□

□□ $f(x+2\pi)=\sin(x+2\pi)+\cos(x+2\pi)-\sin(x+2\pi)=\sin x+\cos x\sin x=f(x)$

① □□□

$f(-x)=\sin(-x)+\cos(-x)\sin(-x)=-\sin x-\cos x\sin x\neq f(x)$

② □□□

$f(\pi-x)=\sin(\pi-x)+\cos(\pi-x)\sin(\pi-x)=\sin x-\cos x\sin x\neq f(x)$ □

③ □□□

$f'(x)=\cos x+\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x+\cos x-1$

□ $f'(x)=0$.

□□ $\cos x=-1$ □ $\cos x=\frac{1}{2}$.

□ $\cos x=\frac{1}{2}$ □ $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

④ □□.

□□□ B.

16．（2021·□□□□□□□□□□□ $C(A)$ □□□□□ A □□□□□□□□ $A*B=\begin{cases}C(A)-C(B),C(A)\geq C(B)\\C(B)-C(A),C(A)<C(B)\end{cases}$ □□□□□

$A=\{x|x^2+x=0\}$ □ $B=\{x|(x^2+ax)(x^2+ax+1)=0\}$ □□ $A*B=1$ □□□ a □□□□□□□□□□□ S □□ $C(S)=$ □ □

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

□□□□D

□□□□

□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $A=\{x|x^2+x=0\}$ □□□ $A=\{-1,0\}$

□□ $(x^2+ax)(x^2+ax+1)=0$ □□□ $x^2+ax=0$ □ $x^2+ax+1=0$ □

□ $A=\{-1,0\}$, $A*B=1$ □□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□ B □□□□□□□□□ $x^2+ax=0$ □□□□□□□□□□□ $x^2+ax+1=0$ □□□□□□ $a=0$ □

□2□□ B □□□□□□□□□ $x^2+ax=0$ □□□□□□□□□□□□ $x^2+ax+1=0$ □□□□□□□□□□ $x^2+ax=0$ □□□□□□

$a^2-4=0\Rightarrow a=\pm2$ □ $a\neq0$ □

□□□□ $a=0$ □ $a=\pm2$ □□ $S=\{0,-2,2\}$ □□ $C(S)=3$ □

□□□D□

□□□□

□□□□□□□□ $A*B$ □□ B □□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□ $x^2+ax=0$ □□□ $x^2+ax+1=0$ □□□□□□□□□□□□□□□.

17□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ R □□□□□ f□x□□□ $f\left(x+\frac{6}{e}\right)=f(x)$ □□ $x\in\left[0,\frac{3}{e}\right]$, $f(x)=-ex+2$ □□□ e □□

□□□□□□□ e=2.71828……□□□□□ g□x□=f□x□ +ln$x$ □□□□0□4□□□□□□□□□□ □

A□2 B□3 C□4 D□5

□□□□A

□□□□

□□□□□□ $f(x)$ □□□□ $\frac{6}{e}$ □□□□□□□ $f(x)$ □□ $x=\frac{3}{e}$ □□□□ $f(x)+\ln x=0$ □□□□ $y=f(x), y=-\ln x$ □□□□□□.

□□□□

□ $f\left(x+\frac{6}{e}\right)=f(x)$□ □□□ $f(x)$ □□□□ $\frac{6}{e}$ □

□□□□□□□□□□

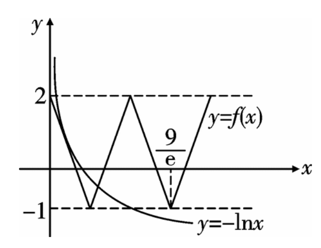
□□ $f\left(x+\frac{6}{e}\right)=f(x)=f(-x)$ □

□□□ $f(x)$ □□ $x=\frac{3}{e}$ □□.

□ $f(x)+\ln x=0$ □ $f(x)=-\ln x$ □

□ $h(x)=-\ln x$ □

□□□



$h'(x)=-\frac{1}{x}$□□ $h'(x)=-e$□□ $x=\frac{1}{e}$□ $h\left(\frac{1}{e}\right)=1$□

□□□ $x=\frac{1}{e}$□□□□□□□ $y=-ex+2$□

□ $x=\frac{9}{e}$□□ $h\left(\frac{9}{e}\right)<-1$□□□□ $y=f(x)$□ $y=h(x)$□□□□□□

□□□A.

18．（2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□ $x\in\{x|1<x<3\}$ □□□□ $x^2-mx-1=0$□□”□□□□□□□□ m□□□□□□（　）

A．$\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$　　B．$(-\infty,0)\cup\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$

C．$(-\infty,0]$　　D．$(-\infty,0]\cup\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$

□□□□D

□□□□

□□□□□□ $x\in\{x|1<x<3\}$ □□□□ $x^2-mx-1=0$□□□□□ m□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $x^2-mx-1=0$□ $m=x-\frac{1}{x}$□□□□ $(1,3)$□□□□□□

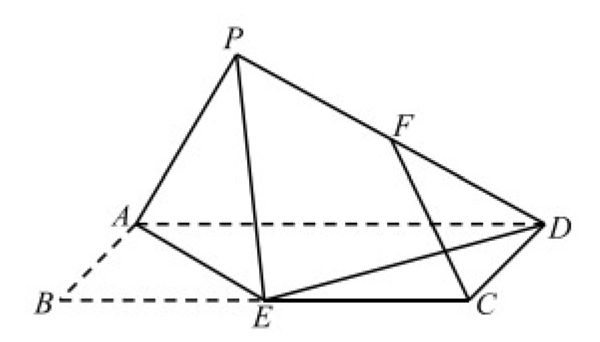
$\therefore 0<m<\frac{8}{3}$□

□□□□“□□ $x\in\{x|1<x<3\}$ □□□ $x^2-mx-1=0$ □□”□□□□□□□ m □□□□□ $(-\infty,0]\cup\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$.

□□□D.

19．□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□ $AD=2AB$，E □ BC □□□□□ $\triangle BAE$ □ AE □□□ $\triangle PAE$ □□□□□

$P\notin$ □□ $AECD$ □□□□□ PD □□□□ F □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□　□



A□ $CF//$ □□ AEP

B□□□□□ CF □ PE □□□□□□□□□□

C□ $AE\perp DP$

D□□□□ $APE\perp$ □□ $AECD$ □□ AD □□□ PDE □□□□ 30

□□□□C

□□□□

□ AP □□ G □□□ EG □ FG □□□ $CF//EG$ □□□A□□□ $CF//EG$ □□ $\angle PEG$ □□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□ $DE\perp$ □□ APE □□□ $DE\perp AP$ □□□□□□ $AP\perp$ □□ PDE □□□ $\angle PDA$ □□□□□□□□□D□□□□□□□□.

□□□□

□□A□□□□□ AP □□ G □□□ EG □ FG □□□□□ F □□□ PD □□□□□□ $FG//AD$ □ $FG=\frac{1}{2}AD$ □□□ $CE//AD$ □ $CE=\frac{1}{2}AD$ □

□□ $CE//GF$ □ $CE=GF$ □

□□□□ $CEGF$ □□□□□□□□ $CF//EG$ □ $CF=EG$ □□□ $CF\not\subset$ □ AEP □ $EG\subset$ □ AEP □□□ $CF//$ □□ AEP □□□A□□□

□□B□□□ $CF//EG$ □□□ $\angle PEG$ □□□□ CF □ PE □□□□□□□□□□□$\triangle AEP$ □□ EG □□□□ AP □□□□□□□□ $\angle PEG$ □□□□□□□

B□□□

□□C□□ $AD=2$ □□ $AB=BE=1$ □□□ $DE=AE=\sqrt{2}$ □□□ $AE^2+ED^2=AD^2$ □□□ $AE\perp ED$ □□ $AE\perp DP$ □

$ED\cap DP=D$ □□□ $AE\perp$ □ DEP □□□ $PE\subset$ □ DEP □

所以 $AE\perp EP$，即 $\angle AEP=90^\circ$，与 $\angle APE=90^\circ$ 矛盾，所以 $AE\perp DP$ 不成立，故选项 C 不正确;

对于 D: 由已知得 $AE\perp DE$，当面 $APE\perp$ 面 $AECD$ 时，因为面 $APE\cap$ 面 $AECD=AE$，

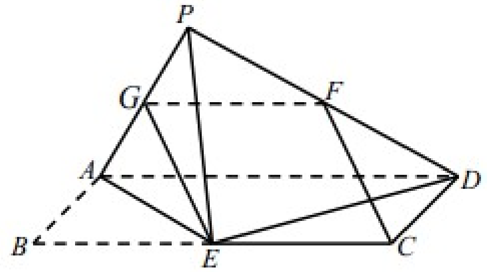
$DE\subset$ 面 $AECD$，所以 $DE\perp$ 平面 APE，因为 $AP\subset$ 平面 APE，可得 $DE\perp AP$，

又因为 $AP\perp PE$，$DE\cap PE=E$，所以 $AP\perp$ 平面 PDE，

故 $\angle PDA$ 为 AD 与平面 PDE 所成角，在 $Rt\triangle APD$ 中，因为 $AD=2AB=2PA$，

可得 $\angle PDA=30^\circ$，故选项 D 正确;

故选: C.



20. (2021·四川巴中·高三月考（理））关于函数 $f(x)=x+\dfrac{2}{1+e^x}$，有下列4个结论:

① 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0,1)$ 中心对称;

② 函数 $f(x)$ 无零点;

③ 曲线 $y=f(x)$ 的切线斜率的取值范围为 $\left[\dfrac{1}{2},1\right)$

④ 曲线 $y=f(x)$ 的切线都不过点 $(0,0)$

其中正确结论的个数为（　）

A. 4　　　　B. 3　　　　C. 2　　　　D. 1

【答案】B

【分析】

① 证得 $f(x)+f(-x)=2$，即可判断；②结合零点存在性定理即可判断；③求导，求出导函数的值域即可判断；④结合导数的几何意义与斜率公式即可判断.

【详解】

□□□□ $f(x)+f(-x)=x+\frac{2}{1+e^{x}}-x+\frac{2}{1+e^{-x}}=\frac{2}{1+e^{x}}+\frac{2e^{x}}{1+e^{x}}=2$□□①□□□

□ $f(0)=1>0$□ $f(-2)=-2+\frac{2}{1+e^{2}}<-2+2=0$□□ $f(-2)=-2+\frac{2}{1+e^{2}}=\frac{-2}{1+e^{2}}<0$□□□□ $f(x)$ □$(-2,0)$ □□□□□□

②□□□□

□ $f'(x)=1-\frac{2e^{x}}{(1+e^{x})^{2}}=1-\frac{2}{e^{x}+e^{-x}+2}$□ $e^{x}+e^{-x}\geq 2$□□□□ $x=0$□□□□□ $f'(x)$ □□□□ $\left[\frac{1}{2},1\right)$□□③□□□

□□□ $y=f(x)$ □□□□$(0,0)$ □□□□□□□□$(m,f(m))$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $1-\frac{2e^{m}}{(1+e^{m})^{2}}=\frac{m+\frac{2}{1+e^{m}}}{m}$ □□□□□

$(m+1)e^{m}+1=0$□□ $g(x)=(x+1)e^{x}+1$□□ $g'(x)=(x+2)e^{x}$□□ $x<-2$□□ $g'(x)<0$□□ $x>-2$□□ $g'(x)>0$□□

$g(x)_{\min}=g(-2)=1-e^{-2}>0$□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□④□□.□□□□□□□ 3□.

□□□B.

□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□

□□

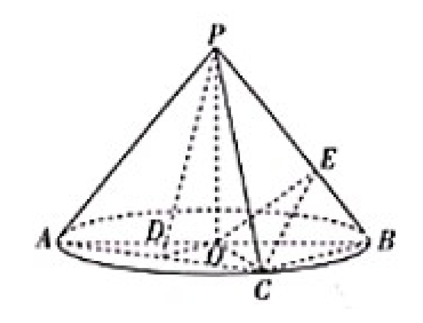
□□

□□□.

□□□□□

21□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ PAB□□□□□□□□□□□□□□□□ O□□□□2□C□□O□□□A□B□□□□D□□AC□

□□□E□□□PB□□□P□B□□□□□□□□□□□□□□□（　）



A□□□ $AC\perp$ □□ PDO

B□ CE □ PD □□□□□□□

C□□□ CE □□□□□□□ PDO

D□□ $BC=\sqrt{2}$ □□ $CE+OE$ □□□□□ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

□□□□ABD

□□□□

□□ $AC\perp DO$ □ $PO\perp AC$ □□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□B□□□ $CE//$ □□ PDO □□□□□□ $PDO//$ □□ PBC □□□□□□□□C□□□□□ $P-ABC$ □□□□□ BCP □ PB □□□□□ BCP □□□□□□ ABP □□□□ O □ E □ C □□□□ $CE+OE$ □□□□□□□□ D□□□□□□□□□.

□□□□

□□ A□□△ AOC □□□□ $OA=OC$ □ D □ AC □□□□□□ $AC\perp DO$ □

□ PO □□□□ O □□□□□□□□ $PO\perp AC$ □□□ $DO\cap PO=O$ □

□□ $AC\perp$ □□ PDO □□□A□□.

□□ B□□□ $CE\subset$ □ PBC □ $PD\not\subset$ □ PBC □ $PD\cap$ □ $PBC=P$ □ $P\notin CE$ □

□□□□□□□□□□□ CE □ PD □□□□□□□□□□□B□□.

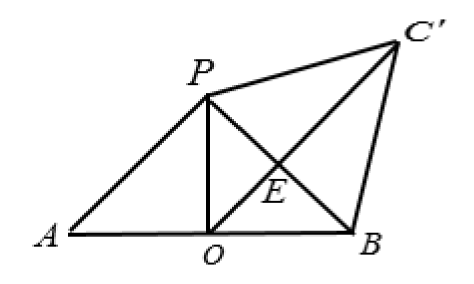
□□ C□□□□ CE □□□□□ PDO □□□ $CB//OD$ □ $CB\not\subset$ □□ PDO □ $OD\subset$ □□ PDO □□ $CB//$ □□ PDO □ $CE\cap CB=C$ □□□□□ $PDO//$ □□ PBC □□□ PDO □□□ PBC □□□□□□□C□□□.

□□ D□□ $\triangle POB$ □□ $PO=OB=1$ □ $\angle POB=90^\circ$ □□□ $PB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ □

□□ $PC=\sqrt{2}$ □□□ $PB=PC=BC$.

□□□□ $P-ABC$ □□□□□ BCP □ PB □□□□□ BCP □

□□□□□ ABP □□□□□□□□



□ O □ E □ C □□□□ $CE+OE$ □□□□□.

□□□ $OP=OB$□$CP=CB$□

□□ OC □□□□ PB□□ E□ PB□□□□

□□ $OC=OE+EC=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ □

□□ $CE+OE$□□□□□ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ □□□ D □□.

□□□ABD.

22□□2021·□□□□·□□

□□.□□□□□□□A □ B□ C□□□.

□□	A	B	C
□□□□□	0.8	0.6	0.4
□□□□□□□/□	1000	2000	3000

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□2000 □□□□（　）

A□ $A\to B\to C$　　B□ $C\to B\to A$　　C□ $C\to A\to B$　　D□ $B\to C\to A$

□□□□AD

□□□□

□□ A,B,C,D □□□□□□□□□□□□□□□ X □□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ X.

□ $A\to B\to C$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ X□□□□□□□□□□□□

$P(X=0)=0.2$□

$P(X=1000)=0.8\times0.4=0.32$□

$P(X=3000)=0.8\times0.6\times0.6=0.288$□

$P(X=6000)=0.8\times0.6\times0.4=0.192$.

□□□□□□

X	0	1000	3000	6000
P	0.2	0.32	0.288	0.192

$E(X)=0\times0.2+1000\times0.32+3000\times0.288+6000\times0.192=2336$.□A□□.

□□□$C\to B\to A$□□□□□□□□□□□1872□□□B□□.

□$C\to A\to B$□□□□□□□□□□□1904□□□C□□.

□$B\to C\to A$□□□□□□□□□□□2112□□□D□□.

□□□AD

□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

23□□2022·□□□□□□□□□□□□$y=f(x)$□□□□D□□□□□a□□[□a□a]$\subseteq$D□□□□□$x_1\in$[□a□a]□□□$x_2\in$[□a□a]□□□$f(x_1)\cdot f(-x_2)=1$□□□$f(x)$□P(a)□□□□□□□□□□□（　　）

A□□$f(x)=3^x$□$P(1)$□□

B□□$f(x)=x^2$□$P(2)$□□

C□□□$f(x)=\log_{1/2}(x+t)$□$P(2)$□□□t=4

D□□□$f(x)=\tan x+b$□$P(\frac{\pi}{4})$□□□□b=$\pm\sqrt{2}$

□□□AD

□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□

□□A□$f(x)=3^x$□□□□R□□$a=1$□□□$[-1,1]\in R$□

□□$x_1\in[-1,1]$□$f(x_1)=3^{x_1}$□

□□$x_1\in[-1,1]$□□□$x_2=x_1\in[-1,1]$□□$f(x_1)\cdot f(-x_2)=f(x_1)\cdot f(-x_1)=3^{x_1}\cdot3^{-x_1}=3^0=1$□

□□□□ $f(x)=3^x$ □ $P(1)$ □□□□A□□□

□□B□ $f(x)=x^2$ □□□□□ R□□ $a=2$ □□□ $[-2,2]\in R$ □

□ $x_1=0$ □□ $f(x_1)=0$ □

□□□□□ $x_2\in[-2,2]$ □□□ $f(x_1)\cdot f(-x_2)=1$ □□□ $f(x_1)\cdot f(-x_2)=0$ □□B□□□

□□C□□ $t=4$ □□ $f(x)=\log_{12}(x+4)$ □□□□□ $(-4,+\infty)$ □ $a=2$ □

□□ $x_1\in[-2,2], x_2\in[-2,2]$ □□ $-x_2\in[-2,2]$ □

□□ $x+4\in[2,6]$ □

□ $f(x)=\log_{12}(x+4)$ □□□□□

□□ $f(x)\in[\log_{12}2,\log_{12}6]$ □

□□□ $\log_{12}6<\log_{12}12=1,\log_{12}2>0$ □□□ $f(x)\in(0,1)$ □

□□ $f(x_1)\in(0,1), f(-x_2)\in(0,1)$ □

□□ $f(x_1)\cdot f(-x_2)\in(0,1)$ □□ $f(x_1)\cdot f(-x_2)\neq 1$ □□C□□□

□□D□□ $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$ □□ $-1\le\tan x\le 1$ □

□□ $f(x)\in[b-1,b+1]$ □

□□□□ $f(x)=\tan x+b$ □ $P(\frac{\pi}{4})$□□□

□□□□□ $x_1\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$□□□□ $x_2\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$□ $f(x_1)\cdot f(-x_2)=1$□

□ $-x_2\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$□□ $x_2=x_1$ □□ $f(x_1)\cdot f(-x_1)=1$□

□ $x_1=\frac{\pi}{4}$□□□ $(b-1)(b+1)=1$□□□ $b=\pm\sqrt{2}$□□D□□.

□□□AD

□□□□

□□□□□□□□ $P(a)$□□□.

24□□2022·□□1□1□2□3□5□…□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□“□□□□□□”□□ S_n□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□□□□□□□□□□□□（ ）

A□$a_8=21$

B□$S_7=32$

C□$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1}=a_{2n}$

D□$\dfrac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2021}^2}{a_{2021}}=a_{2022}$

□□□□ACD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□ $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$□□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□ 8 □□□□$1,1,2,3,5,8,13,21$□$a_8=21,S_7=1+1+2+3+5+8+13=33$□A □□□B □□□

$a_{2n}=a_{2n-1}+a_{2n-2}=a_{2n-1}+a_{2n-3}+a_{2n-4}=\cdots=a_{2n-1}+a_{2n-3}+\cdots+a_3+a_2=a_{2n-1}+a_{2n-3}+\cdots+a_3+a_1$□C □□□

$a_{2n}a_{2n-1}=a_{2n-1}(a_{2n-1}+a_{2n-2})=a_{2n-1}^2+a_{2n-1}a_{2n-2}=a_{2n-1}^2+a_{2n-2}(a_{2n-2}+a_{2n-3})=a_{2n-1}^2+a_{2n-2}^2+a_{2n-2}a_{2n-3}$

$=a_{2n-1}^2+a_{2n-2}^2+\cdots+a_3^2+a_3a_2=a_{2n-1}^2+a_{2n-2}^2+\cdots+a_3^2+a_2^2+a_1^2$□$n=1011$□□□$a_{2022}=\dfrac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2021}^2}{a_{2021}}$□D □□□

□□□ACD□

□□□□

□□□ $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

25□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□ F_1□F_2□□□□□□ C□$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$□□□□□□□ C□□□□□□ l□□□□

$y=\sqrt{3}x$□□ F_1□l□□□□$3\sqrt{3}$□□ P□C□□□□□□□□□□ Q□□□□$(2,0)$□PQ□$\angle F_1PF_2$□□□□.□□□□□□□□（ ）

A□□□□□□□ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$

B□ $\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=2$

C□ $|PF_1+PF_2|=3\sqrt{6}$

D□□ P□ x□□□□ $\frac{3\sqrt{15}}{2}$

□□□□ABD

□□□□

□ F_1□ l□□□□ $3\sqrt{3}$□□□□□□□□ $y=\sqrt{3}x$□□□ $a=3,b=3\sqrt{3},c=6$□□□□□□□□□ A□□ $\frac{S_{\triangle F_1PQ}}{S_{\triangle F_2PQ}}=\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|QF_1|}{|QF_2|}$□□□□□

B□□□□□□□□□□□□ $|PF_1|=12,|PF_2|=6$□□□ $\cos\angle F_1PF_2$□□□□□ $|PF_1+PF_2|$□□□ C□□□□□□□□□□□□ P□ x□□□□□□□

D.

□□□□

$F_1(-c,0)$□ $y=\sqrt{3}x$□□□□ $3\sqrt{3}$□ $\therefore \frac{\sqrt{3}c}{2}=3\sqrt{3}$□□□ $c=6$□

□□□□□□□ $y=\sqrt{3}x$□□ $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$□□□ $a^2+b^2=c^2$□□□ $a=3,b=3\sqrt{3}$□

□□□□□□□□ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$□□ A □□□

PQ□ $\angle F_1PF_2$□□□□□ $\therefore \frac{S_{\triangle F_1PQ}}{S_{\triangle F_2PQ}}=\frac{\frac{1}{2}\times|PF_1|\times|PQ|\times\sin\angle F_1PQ}{\frac{1}{2}\times|PF_2|\times|PQ|\times\sin\angle F_2PQ}=\frac{|PF_1|}{|PF_2|}$□

□ $\frac{S_{\triangle F_1PQ}}{S_{\triangle F_2PQ}}=\frac{|QF_1|}{|QF_2|}=\frac{8}{4}=2$□ $\therefore \frac{|PF_1|}{|PF_2|}=2$□□ B □□□

□□□□□□□□ $|PF_1|-|PF_2|=6$□□□□ $|PF_1|=12,|PF_2|=6$□

□□ $\triangle PF_1F_2$□□ $\cos\angle F_1PF_2=\frac{12^2+6^2-12^2}{2\times12\times6}=\frac{1}{4}$□

□ $|PF_1+PF_2|^2=PF_1^2+2PF_1\cdot PF_2+PF_2^2=12^2+2\times12\times6\times\frac{1}{4}+6^2=216$□

□$\left|PF_1+PF_2\right|=6\sqrt{6}$□□C□□□

□△PF_1F_2□□$\sin\angle F_1PF_2=\sqrt{1-\cos^2\angle F_1PF_2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$□

□□P□x□□□□□d□□$S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}\times\left|F_1F_2\right|\times d=\frac{1}{2}\left|PF_1\right|\times\left|PF_2\right|\times\sin\angle F_1PF_2$□

□$\frac{1}{2}\times12\times d=\frac{1}{2}\times12\times6\times\frac{\sqrt{15}}{4}$□□□$d=\frac{3\sqrt{15}}{2}$□□D□□.

□□□ABD.

□□□□

□□□.

26□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=e^x\cdot x^3$□□□□□□□□□□□　□

A□$f(x)$□R□□□□□

B□$f\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)<f(-\log_5 0.2)<f(\ln\pi)$

C□□□$f(x)=-1$□□□□

D□□□□□k□□□□□$f(x)=kx$□4□□□□

□□□□BCD

□□□□

□$f(x)$□□□□□□□□□□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□A□□□

$-3<e^{-\frac{1}{2}}<1<\ln\pi$□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□B□□$g(x)=f(x)+1=e^x\cdot x^3+1$□□□□□□□□□□□□□□C□$f(x)=kx$□□

□$e^x\cdot x^3=kx$□□□□□□$x=0$□□□□□□□4□□□□□□□$e^x\cdot x^2=k$□3□□□□□□$h(x)=e^x\cdot x^2$□□$h(x)$□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□D□□□□□□□□□□.

□□□□

□$f(x)=e^x\cdot x^3$□□$f'(x)=e^x\cdot x^3=e^x\cdot x^3+e^x\cdot3x^2=e^x\cdot x^2(x+3)$□

□$f'(x)>0$□□□$x>-3$□□$f'(x)<0$□□□$x<-3$□

□□ $f(x)$ □ $(-\infty,-3)$ □□□□□□ $(-3,+\infty)$ □□□□□□□□A□□□□

□□□□B□ $f(-\log_5 0.2) = f\left(-\log_5\frac{1}{5}\right) = f(1)$ □ $f(x)$ □ $(-3,+\infty)$ □□□□□

□□ $-3 < e^{-\frac{1}{2}} < 1 < \ln\pi$ □□□ $f\left(e^{-\frac{1}{2}}\right) < f(1) < f(\ln\pi)$ □

$f\left(e^{-\frac{1}{2}}\right) < f(-\log_5 0.2) < f(\ln\pi)$ □□□□B□□□

□□□□C□□ $g(x) = f(x) + 1 = e^x \cdot x^3 + 1$ □□□ $g(-3) = e^{-3} \cdot (-3)^3 + 1 = 1 - \frac{27}{e^3} < 0$ □

$g(0) = e^0 \cdot 0^3 + 1 = 1 > 0$ □ $g(-3) \cdot g(0) < 0$ □□□□□□□□□□□□□ $x_0 \in (-3,0)$ □□ $g(x_0) = f(x_0) + 1 = 0$ □□□□□

$f(x) = -1$ □□□□□□□□C□□□

□□□□D□□□ $f(x) = kx$ □ $e^x \cdot x^2 = kx$ □□□□□ $x=0$ □□□□□□□ 4 □□□□□□□ $e^x \cdot x^2 = k$ □ 3 □□□□□

□ $h(x) = e^x \cdot x^2$ □□ $h'(x) = e^x \cdot x^2 + e^x \cdot 2x = e^x \cdot x(x+2)$ □

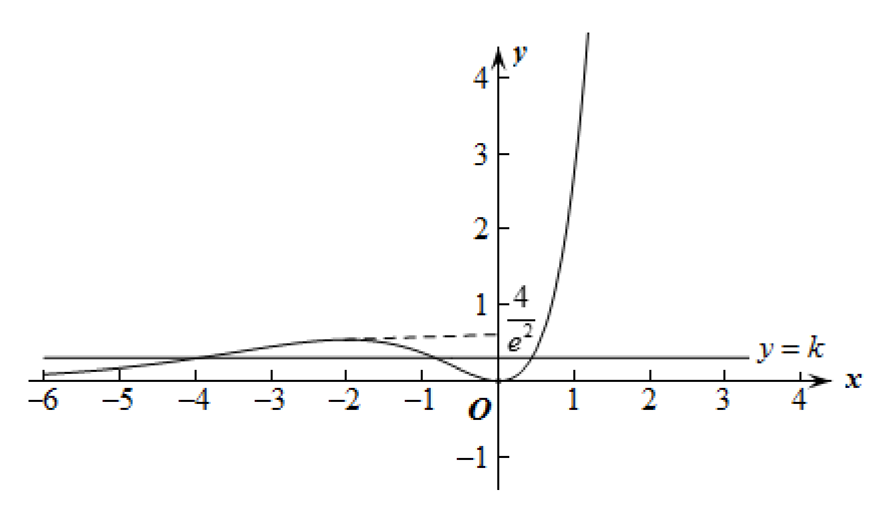
□ $h'(x) = e^x \cdot x(x+2) > 0$ □□ $x > 0$ □ $x < -2$ □

□ $h'(x) = e^x \cdot x(x+2) < 0$ □□ $-2 < x < 0$ □

□□ $h(x) = e^x \cdot x^2$ □ $(-\infty,-2)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $(-2,0)$ □□□□□

$h(-2) = e^{-2} \cdot (-2)^2 = \frac{4}{e^2}$ □ $h(0) = e^0 \cdot 0^2 = 0$

□□ $h(x) = e^x \cdot x^2$ □□□□□□□□ $y=k$



□□□□$0<k<\frac{4}{e^2}$□□□□$e^x\cdot x^2=k$□3□□□□□□□□□$f(x)=kx$□4□□□□.

□□□BCD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

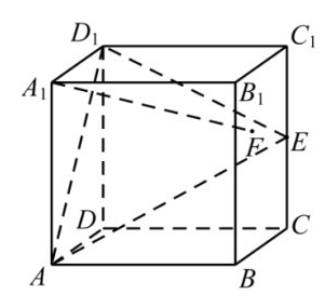
□1□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□$f(x)$□□$f'(x)>0$□□$f'(x)<0$□□□□□□x□□□□□□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□

□2□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□$f(x)$□□□□$f'(x)=0$□□□$f'(x)=0$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)$□□

□□□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□.

27□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□AC_1□□E□□CC_1□□□□F□□□BCC_1B_1□□□□□□A_1F□□□D_1AE□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□　□



A□□F□□□□□□□□　　B□A_1F□BE□□□□□

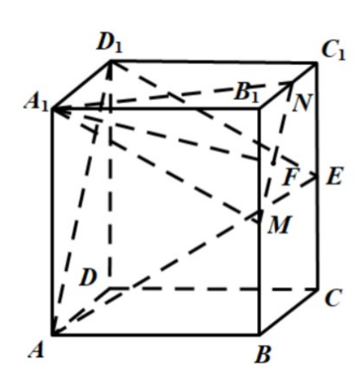
C□A_1F□D_1E□□□□□　　D□□□□$F-ABD_1$□□□□□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□□□ $A_1MN//$ □□ D_1AE □□□□□□□□□□□□□□□ F □□□□□□□□□□□□□□.

□□□□



□□□□□□□□ BB_1, B_1C_1 □□□ M, N ,□□ A_1M, MN, A_1N ,

□□□□□□ AC_1 □□□ $MN//AD_1$,

$MN\not\subset$ □ D_1AE □ $AD_1\subset$ □ D_1AE □□□ $MN//$ □ D_1AE □

$A_1M//D_1E$ □ A_1MË □ D_1AE □ $D_1E\subset$ □ D_1AE □□□ $A_1M//$ □ D_1AE □

□ $MN\cap A_1M=M$

□□□□ $A_1MN//$ □□ D_1AE □

□□ A_1F □□□ D_1AE □□□□□□□ $A_1F\not\subset$ □□ D_1AE □

□□□□ A_1F □□□ D_1AE □□□

□□ $A_1F\subset$ □ A_1MN □

□□ F □□□ BCC_1B_1 □□□□□□□ $A_1MN\cap$ □ $BCC_1B_1=MN$ □

□□□ F □□□□□□ MN □□□□A□□□

□□□□□□ A_1F □ BE □□□□□□□□□B□□□

□□ F □□ M □□□□□□ A_1F □□□ D_1E □□□□□□C□□□

□□ $MN//AD_1$ □ $MN\not\subset$ □ ABD_1 □ $AD_1\subset$ □ ABD_1 □

□□ $MN//$ □ ABD_1 □□□ F □□□ ABD_1 □□□□□□

□□□□ ABD_1 □□□□□□□□□ $F-ABD_1$ □□□□□□□□D □□.

□□□ABD.

□□□□

□□

□□□.

28□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=2\cos^2\omega x+2\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-1(\omega\in Z^*)(x\in R)$ □□ $f(x)$ □□□

$\left(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□ $\left(0,\frac{3\pi}{8}\right)$ □□□□□ 2 □□□□□□□□□□□□□（　）

A□ $f(x)$ □□□□□ 2

B□ $\omega=4$

C□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{\pi}{24}$

D□ $f(x)$ □□□□□□□ $\left[-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}\right]$ □ $k\in\mathbf{Z}$

□□□□AD

□□□□

□□□□ $f(x)=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ □□□ $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}\le\frac{T}{2}$ □□□ $\omega\le2$ □□ $f(x)$ □□□ $\left(0,\frac{3\pi}{8}\right)$ □□□□□ 2 □□□□□□

$\frac{3\pi}{2}<\frac{3\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{6}\le\frac{5\pi}{2}$ □□□ $\frac{16}{9}<\omega\le2$ □□□ $\omega=2$ □□□□ B □□□□ $f(x)$ □□□□□ 2□□□□ A □□□□ $x=\frac{\pi}{24}$ □□□□ $f(x)=\sqrt{3}$ □

□□□ C □□□□□ $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le4x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$ □□□□ D □□.

□□□□

由题意，函数 $f(x)=2\frac{1+\cos 2\omega x}{2}+\sqrt{3}\sin 2\omega x-1=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right)$ 上具有单调性，可得 $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}\le\frac{T}{2}$，可得 $\omega\le 2$，

又因为 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{3\pi}{8}\right)$ 上有且仅有 2 个极值点，

由 $x\in(0,\frac{3\pi}{8})$，可得 $2\omega x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{3\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{6}\right)$，

则 $\frac{3\pi}{2}<\frac{3\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{6}\le\frac{5\pi}{2}$，解得 $\frac{16}{9}<\omega\le\frac{28}{9}$，所以 $\frac{16}{9}<\omega\le 2$，

又由 $\omega\in Z$，所以 $\omega=2$，故 B 错误，

则 $f(x)=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)$，故 $f(x)$ 的最大值为 2，A 正确；

当 $x=\frac{\pi}{24}$ 时，$f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$，不满足条件，$C$ 错误；

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 4x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$，则 $-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$，$D$ 正确.

故选：AD.

29.（2021·渝中·重庆巴蜀中学高三月考）已知函数 $f(x)=\frac{\ln x+1}{x}$，则下列命题正确的是（　　）

A. 若方程 $f(x)=2m$ 有两个不同的解，则 $m\in(0,1)$

B. 若 $y=f(x)$ 与 $y=kx$ 的图象有且仅有一个公共点，则 $k\le 0$ 或 $k=\frac{e}{2}$

C. 对任意 $x>1$，都有 $f(x)>\frac{x+1}{e^x}$ 恒成立

D. $\frac{3}{2}\ln 2+1<\frac{4\sqrt{2}}{e}$

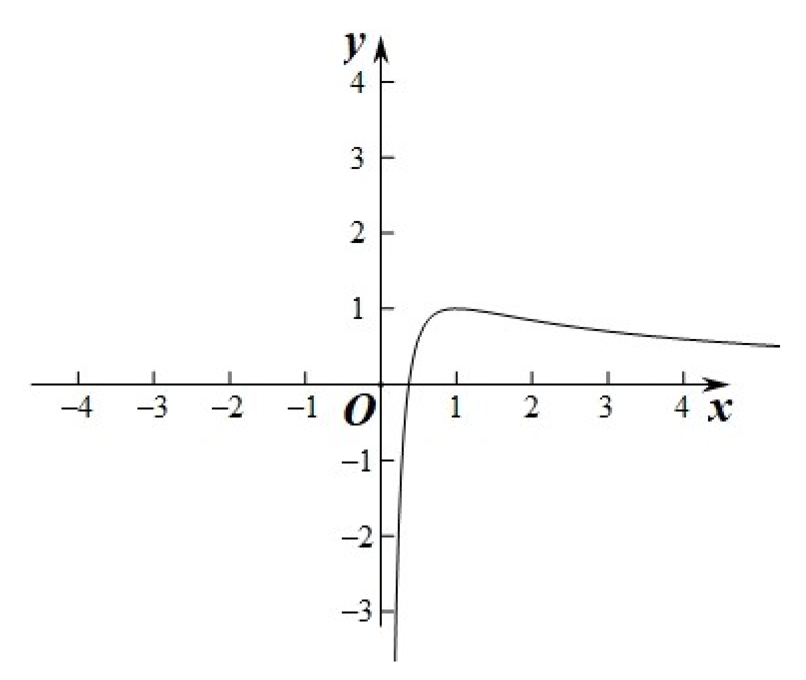
【答案】BCD

【分析】

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□AB□□□ $f(x) > f(e^{x})$ □□□ C□□□ $f(2\sqrt{2}) < f(e)$ □□□ D.

□□□□

$f'(x) = \dfrac{-\ln x}{x^{2}}$ □□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□



□□□ $f(x) = 2m$ □□□□□□□□ $0 < 2m < 1$ □□ $0 < m < \dfrac{1}{2}$ □□ A □□□

□ $k \le 0$ □□ $y = kx$ □ $y = f(x)$ □□□□□□ 1 □□□□

□ $k > 0$ □□□ $y = f(x)$ □ $y = kx$ □□□□□□□□ 1 □□□□

□□□□ (x_0, y_0) □□□□□□ $y - \dfrac{\ln x_0 + 1}{x_0} = \dfrac{-\ln x_0}{x_0^{2}}(x - x_0)$ □

□□□□□□□ $-\dfrac{\ln x_0 + 1}{x_0} = \dfrac{-\ln x_0}{x_0^{2}}(-x_0) \Rightarrow \ln x_0 = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x_0 = e^{-\frac{1}{2}}$ □ $k = \dfrac{e}{2}$ □

□ $k \le 0$ □ $k = \dfrac{e}{2}$ □□ B □□□

$\because 1 < x < e^{x}$ □□□□ $f(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore f(x) = \dfrac{\ln x + 1}{x} > \dfrac{x+1}{e^{x}} = \dfrac{\ln e^{x} + 1}{e^{x}} = f(e^{x})$ □□ C □□□

$\frac{3}{2}\ln 2+1<\frac{4\sqrt{2}}{e}\Leftrightarrow\frac{\frac{3}{2}\ln 2+1}{2\sqrt{2}}<\frac{2}{e}\Leftrightarrow\frac{\frac{1}{2}\ln 8+1}{2\sqrt{2}}<\frac{\ln e+1}{e}\Leftrightarrow\frac{\ln 2\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}<\frac{\ln e+1}{e}$，

即比较 $f(2\sqrt{2})$ 与 $f(e)$ 大小，又因为 $2\sqrt{2}>e$，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 递减，故 $f(2\sqrt{2})<f(e)$，D 正确，

故选：BCD.

30．（2021·福建福州四中高三月考）已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 对任意实数 x 满足 $f(2+x)=f(x)$，$f(2-x)=f(x)$，且 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x^2+1$，则下列说法中，正确的是（　　）

A．2 是 $f(x)$ 的周期　　　　B．$x=-1$ 不是 $f(x)$ 图象的对称轴

C．$f(2021)=2$　　　　D．方程 $f(x)=\frac{1}{2}|x|$ 只有 4 个实根

【答案】AC

【分析】

由 $f(2+x)=f(x)$，$f(2-x)=f(x)$ 确定函数的周期性以及对称性，判断 A 选项与 B 选项的正误，又结合 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x^2+1$，可判断 C 选项正误，根据函数性质及解析式作图，判断 $f(x)$ 与 $y=\frac{1}{2}|x|$ 的交点个数，进而判断 D 选项.

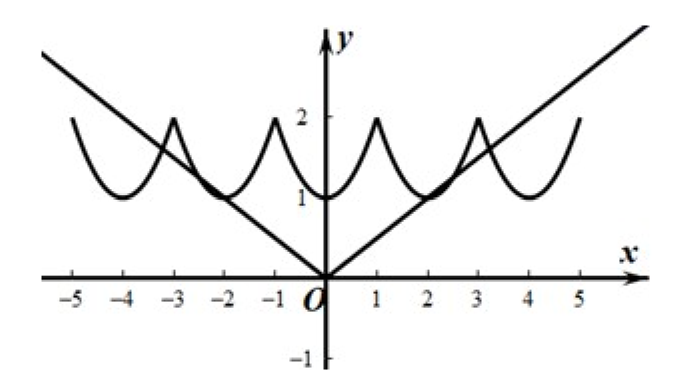
【详解】

A 选项：因为定义在 R 上的函数 $f(x)$ 对任意实数 x 满足 $f(2+x)=f(x)$，所以函数 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数，故 A 选项正确；

B 选项：因为 $f(2-x)=f(x)$，所以函数 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称，又 $f(x)$ 是周期为 2 周期函数，所以函数 $f(x)$ 关于直线 $x=-1$ 对称，故 B 选项错误；

C 选项：$f(2021)=f(1)=1^2+1=2$，C 选项正确；

D 选项：在同一直角坐标系中分别作出函数 $y=f(x)$ 与 $y=\frac{1}{2}|x|$ 的图象，如图所示：



□□□□□□□□□□6□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}|x|$ □6□□□□□D □□□□□

□□□AC.

31□□2021·□□□□□□□□□□□□□□ $a>0$□$b>0$□□□□□□□□□□□ □

A□□ $a+b=2$ □□ $\lg a+\lg b\le 0$

B□□ $ab-a-2b=0$□□ $a+2b\ge 9$

C□□ $a+b=2$□□ $\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}-\frac{1}{2}\ge\frac{\sqrt{5}}{2}$

D□□ $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+2}=\frac{1}{3}$□□ $ab+a+b\ge 14+6\sqrt{6}$

□□□ACD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□A□□□ $a>0$□$b>0$□□□ $2=a+b\ge 2\sqrt{ab}$ □□ $ab\le 1$ □

□□□ $a=b$ □□□□□□□ $\lg a+\lg b=\lg(ab)\le \lg 1=0$ □□□□A□□□

□□B□□□ $ab-a-2b=0$ □□□ $ab=a+2b\ge 2\sqrt{2ab}$ □□□□□ $a=2b$ □□□□□

□□ $a^2b^2\ge 8ab$ □□□ $ab\ge 8$ □□ $a+2b\ge 8$ □□□□B□□□

□□C□□□ $a+b=2$□

□□ $\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}-\frac{1}{2}=\frac{a}{b}+\frac{(a+b)^2}{4ab}-\frac{1}{2}=\frac{5a}{4b}+\frac{b}{4a}\ge 2\sqrt{\frac{5a}{4b}\cdot\frac{b}{4a}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ □

□□□□ $b=\sqrt{5}a=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ □□□□□□□□C□□□

□□D□□□ $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+2}=\frac{1}{3}$ □□□ $ab=a+2b+7$ □□□ $a=\frac{2b+7}{b-1}$ □

□□ $a>0$ □ $b>0$ □□□ $b>1$ □

□□ $ab+a+b=2a+3b+7=\frac{4b+14}{b-1}+3b+7=3(b-1)+\frac{18}{b-1}+14\geq 2\sqrt{54}+14=6\sqrt{6}+14$ □

□□□□ $b=\sqrt{6}+1$ □□□□□□ $ab+a+b\geq 14+6\sqrt{6}$ □□□□D□□□

□□□ACD□

□□□□□

32□□2022·□□□□□□□□□□□□□□ $[0,1]$ □□□□ $f(x)$ □□□□□ x_1 □ $x_2\in[0,1]$ □□ $x_1<x_2$ □□□□ $f(x_1)\le f(x_2)$ □□ $f(x)$ □□

$f(0)=0$ □ $f(1-x)+f(x)=1$ □ $f\left(\frac{x}{3}\right)=\frac{1}{2}f(x)$ □□ $f\left(\frac{1}{3}\right)=$____□ $f\left(\frac{\ln 3}{3}\right)=$______.

□□□□ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

□□□□

□ $x=\frac{1}{2}$ □□□ $f(1-x)+f(x)=1$ □□ $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ □□ $f(0)=0$ □□ $f(1)=1$ □□□□□ $f\left(\frac{1}{3}\right)$ □□□□□ $e^{\frac{1}{3}}<3^{\frac{1}{3}}<e^{\frac{1}{2}}$ □□□

$\frac{1}{3}<\frac{\ln 3}{3}<\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□ $f\left(\frac{\ln 3}{3}\right)$ □□□

□□□□

□ $x=\frac{1}{2}$ □□ $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(1-\frac{1}{2}\right)=1$ □□ $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ □

□ $f(0)=0$ □□□□ $f(0)+f(1)=1$ □□ $f(1)=1$

□ $f\left(\frac{x}{3}\right)=\frac{1}{2}f(x)$

□ $x=1$ □□ $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}$ $f(1)=\frac{1}{2}$ □

□□□□□□ $x_1, x_2\in[0,1]$ □□ $x_1<x_2$ □□□□ $f(x_1)\le f(x_2)$ □

□ $e^{\frac{1}{3}}<3^{\frac{1}{3}}<e^{\frac{1}{2}}$ □□□ $\frac{1}{3}<\frac{\ln 3}{3}<\frac{1}{2}$ □

□□ $\frac{1}{2}=f\left(\frac{1}{3}\right)\le f\left(\frac{\ln 3}{3}\right)\le f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

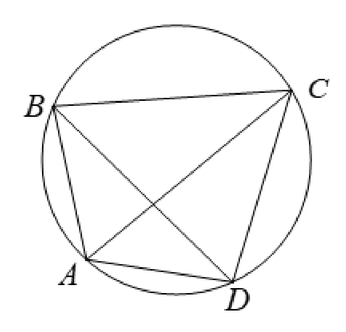
□ $f\left(\frac{\ln 3}{3}\right)=\frac{1}{2}$ □

□□□□□ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$.

33．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□-□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$AB-BC-CD-DA$ □□□ A□B□C□D □□□□□AC□BD □□□□□□□□□ $|AB|+|AD|=4$ □ $\angle DAB=120^\circ$ □□ $|BD|$ □□□□□

__________□□ $\angle ADC=\angle ABC$ □□ $|AC|$ □□□□□__________.



□□□□ $2\sqrt{3}$ 4

□□□□

□ $AB=x$□ $AD=y$ □□ $x+y=4$ □□ $\triangle ABD$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $|BD|_{\min}=2\sqrt{3}$ □□ $\angle ADC=\angle ABC$ □□□□ AC □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□$AB=x$□$AD=y$□□$x+y=4$□□$\triangle ABD$□□

$|BD|^2=x^2+y^2-2xy\cos120^\circ$

$=x^2+y^2+xy=(x+y)^2-xy\ge(x+y)^2-\left(\frac{x+y}{2}\right)^2=\frac{3}{4}(x+y)^2=12$

□□□□□$x=y$□□□□□$|BD|_{\min}=2\sqrt{3}$□

□□□$ABCD$□□□□O□□$\angle ADC=\angle ABC$□□$\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$□

□AC□□□□□□□□□□□□□

□$\frac{|BD|}{\sin A}=2R=|AC|$□□□$|AC|_{\min}=4$.

□□□□□$2\sqrt{3}$□4

34□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=\begin{cases}(3-a)x^2-x+3-2a, & x<0\\ \log_a(x+1)-1, & x\ge0\end{cases}$□□$f(f(0))=1$□□$a=$__________□□

$f(x)\ge f(0)$□□□□□□□ a □□□□□□__________.

□□□□2　$1<a\le2$

□□□□

□□□$f(0)=-1$□□□□$f(f(0))=f(-1)=(3-a)+1+3-2a=1$□□□$a$□□□

$f(x)\ge f(0)$□□□□$f(x)+1\ge0$□□□□□□□□$x\ge0$□$x<0$□$f(x)+1\ge0$□□□□□□□□.

□□□□

□□$f(0)=\log_a 1-1=-1$,

□□$f(f(0))=f(-1)=(3-a)+1+3-2a=1$□□□□$a=2$□

$f(x)\ge f(0)$□□□□$f(x)+1\ge0$□□□□

□$g(x)=f(x)+1=\begin{cases}(3-a)x^2-x+4-2a, & x<0\\ \log_a(x+1), & x\ge0\end{cases}$□

□ $x\ge 0$ □□ $g(x)=\log_a(x+1)\ge 0$ □□□□□ $a>1$ □

□ $x<0$ □□ $g(x)=(3-a)x^2-x+4-2a\ge 0$ □□□□

□ $3-a=0$ □ $a=3$ □□□ $g(x)=-x-2\ge 0$ □□□ $x\le -2$ □

□ $-2<x<0$ □ $g(x)=(3-a)x^2-x+4-2a<0$ □□□ $a=3$ □□□□□□

□ $3-a>0$ □ $a<3$ □□□ $g(x)=(3-a)x^2-x+4-2a$ □□□□□□□□□□

□□□□ $x=\dfrac{1}{2(3-a)}>0$ □□□ $g(x)$ □ $(-\infty,0)$ □□□□□

□ $g(x)\ge 0$ □□□□□ $g(0)=4-2a\ge 0$ □□□ $a\le 2$ □

□ $3-a<0$ □ $a>3$ □□□□ $g(x)=(3-a)x^2-x+4-2a$ □□□□□□□□□□

□ $x\to -\infty$ □□ $g(x)\to -\infty$ □□□□□□ $g(x)\ge 0$ □□□□

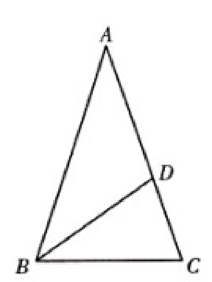
□□□□□ $1<a\le 2$ □

□□□□□ 2 □ $1<a\le 2$.

□□□□

□□□□□□ $f(x)\ge f(0)$ □□□□□□ $f(x)+1\ge 0$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

35．（2021·□□□□□□□□□□□□□□□□ 36° □□□□□□□□“□□□□□”□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□ ΔABC □□□□□□□ $AB=AC$ □□ $\angle ABC$ □□□□□ AC □□ D □□□ ΔBCD □□□□□□□□.□ $BC=1$ □□ $AB=$______□□□□□□□□□□□ $\sin 234^\circ=$______.



□□□□ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ $-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

□□□□

□□□□□□□ $\Delta ABC\sim\Delta BCD$ □□□ $AB=AC=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\cos 36$ □□□□□□□□□□□□□ $\sin 234°$.

□□□□

□□□□ $\angle A=\angle ABD=\angle DBC=36$ □ $\angle C=\angle BDC=72$ □

□□ $\Delta ABC\sim\Delta BCD$ □□ $\frac{AB}{BC}=\frac{BC}{CD}$ □□ $AD=BD=BC=1$.

□ $AB=AC=x$ □□ $CD=x-1$ □□□ $\frac{x}{1}=\frac{1}{x-1}$ □

□□□ $x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

□□ $\sin 234=\sin(180+54)=-\sin 54=-\cos 36$.

□ ΔABC □□□□□□□□□ $\cos 36=\frac{x^2+x^2-1}{2x^2}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ □

□□ $\sin 234=-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$.

□□□□□ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ □ $-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$.

□□□□

□□□.

□□□□□

36□□2021·□□□□□□□□□□□①□□□

Germinal dandelin□1794-1847□□□

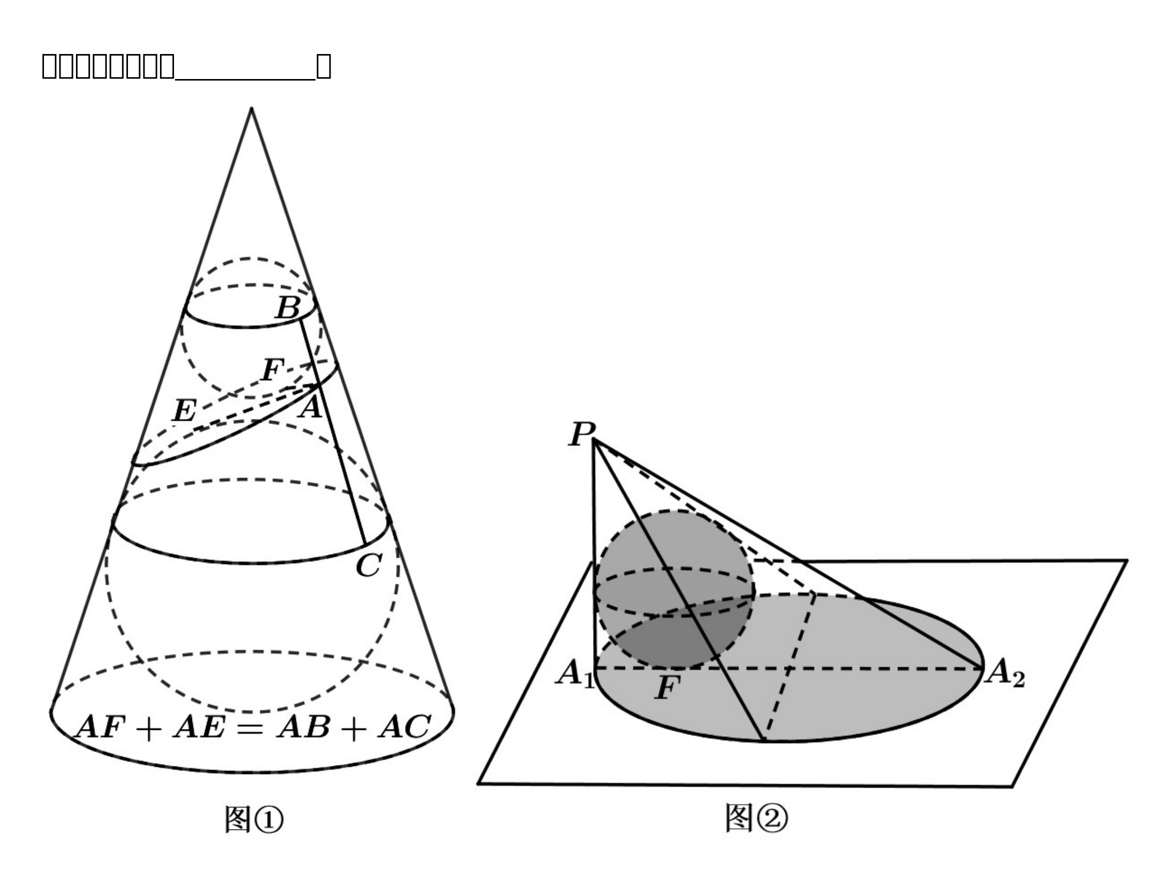
□□□□□□□ E□F□□□□□□□□□□□ A□□ A □□□□□□□□□□□□□□□□□ C□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$AE=AC$□$AF=AB$□□□ $AE+AF=AB+AC=BC$□□ B□C □□□□□□□□□□□□□□□□ BC □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

E□F □□□□□□

□□②□□□□□□2 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□P□□□□□□□□□□□□□□□□□A_1A_2□□□□□□□PA_1□□□□□□□□□□□$PA_1=5$□

□□□□□□□□__________□



图①　　　　图②

□□□□$\frac{2}{3}$

□□□□

□□□a□ c□□□□□□.

□□□□

$\odot O$□A_1A_2□F_1,□A_1F□E□$A_1P=5$□□□□□2□□□$EP=3$□

$\tan\angle EPO=\frac{2}{3}$□$\tan\angle A_1PA_2=\frac{2\times\frac{2}{3}}{1-\frac{4}{9}}=\frac{12}{5}$□

$\triangle A_1PA_2$□□$A_1P=5$□

$\therefore A_1A_2=A_1P\times\frac{12}{5}=12$□□$2a=12$, $a=6$,

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□O□A_1A_2

□□□□□ F_1 □□□□□□□□□□ $AF_1=2$ □

$\therefore a-c=2$, $c=4$□

□□□□□□□ $e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$.

□□□□□ $\frac{2}{3}$

□□□□

□□.

37□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\mathbf{R}$ □□□□ $f(x)$ □□ $f(x)+f(-x)=0$ □□□ $x\le 0$ □□ $f(1+x)=f(x)$ □□

$x\in(0,1)$ □□ $f(x)=x^2$ □□□□ $F(x)=(x-1)f(x)-1$ □ $[-4,5]$ □□________□□□□

□□□□□7

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $f(x)+f(-x)=0$ □□ $f(-x)=-f(x)$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□

□□□ $x\le 0$ □□ $f(1+x)=f(x)$ □□□ $f(x)$ □ $(-\infty,0]$ □□□□□1□□□□□□

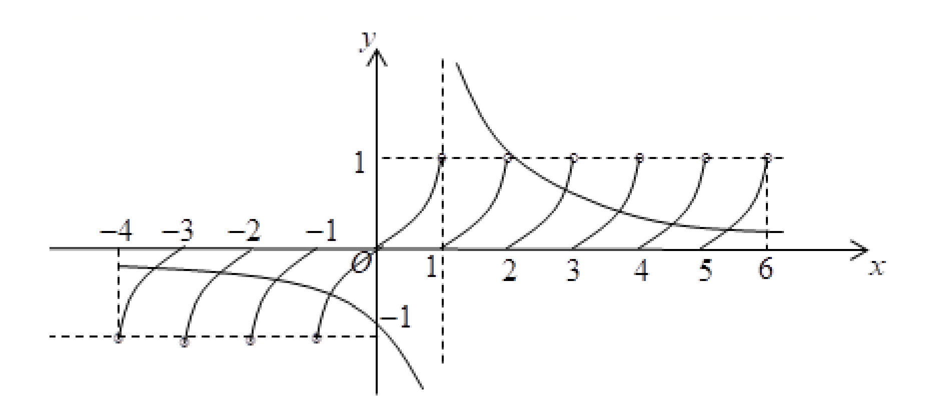
□ $F(x)=0$ □□□ $f(x)=\frac{1}{x-1}$ □

□□□ $x\in(0,1)$ □□ $f(x)=x^2$ □□□□□ $y=f(x)$ □ $y=\frac{1}{x-1}$ □□□□□□

□□□□□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □ $y=\frac{1}{x-1}$ □□□□ $[-4,5]$ □□7□□□□

□□□ $F(x)=(x-1)f(x)-1$ □ $[-4,5]$ □□7□□□□

□□□□□ 7.



□□□

□□□ □□□□□□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □ $y=\frac{1}{x-1}$ □□□□□

□3□□□□□□□□□□□□□□□□□ $F(x)$ □ $[-4,5]$ □□□□□□

38□□2022·□□□□□□□□□□□ $f(x)=3\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ □□ $x\in[0,9\pi]$ □□□□ $F(x)=f(x)-1$ □□□□□□□□ x_1 □ x_2 □

x_3 □ ⋯ □ x_n □□ $x_1<x_2<x_3<\cdots<x_n$ □□□ $|x_n|$ □□ n □□□ S_n □□ $2S_n-(x_1+x_n)=$ ______.

□□□ $\frac{221\pi}{3}$

□□□

□□□□□□□□□ $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{3}$ □□□□□□ $g(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□

$F(x)=0$ □□ $f(x)=1$ □□ $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{3}$

□ $g(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ □ $g(x)$ □□□ π

□□□□ $[0,\pi]$ □ $g(x)=\frac{1}{3}$ □□□ x_1 □ x_2

□□ $[0,9\pi]$ □□□ 18 □□□□ $n=18$

□□□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□ $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}$

□ x_1 □ x_2 □□ $x=\frac{\pi}{3}$ □□□ x_2 □ x_3 □□ $x=\frac{5}{6}\pi$ □□□

x_{17} □ x_{18} □□ $x=\frac{25}{3}\pi$ □□

$$2S_n-(x_1+x_n)=(x_1+x_2)+(x_2+x_3)+\cdots+(x_{17}+x_{18})$$

□□ $2S_n-(x_1+x_n)=\frac{17\left(\frac{\pi}{3}+\frac{25}{3}\pi\right)}{2}=\frac{221\pi}{3}$.

□□□□□ $\frac{221\pi}{3}$

39□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□ R □□□□□ $f(x)$ □ $[0,+\infty)$ □□□□□□□□□

$f(-ax+\ln x+1)+f(ax-\ln-1)\geq 2f(1)$ □ $x\in\left[1,e^2\right]$ □□□□□□□ a □□□□□□______.

□□□□ $\frac{1}{e}\leq a\leq\frac{4}{e^2}$

□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□ $[0,+\infty)$ □□□□□□ $f(-ax+\ln x+1)+f(ax-\ln x-1)\geq 2f(1)$ □□□□ $|ax-\ln x-1|\leq 1$ □ $x\in\left[1,e^2\right]$ □□

□□□ $\frac{\ln x}{x}\leq a\leq\frac{\ln x+2}{x}$ □ $x\in\left[1,e^2\right]$ □□□□□□□ $g(x)=\frac{\ln x}{x}$ □ $h(x)=\frac{\ln x+2}{x}$ □□□□□□□.

□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(-ax+\ln x+1)=f(ax-\ln x-1)$ □

□ $f(-ax+\ln x+1)+f(ax-\ln x-1)\geq 2f(1)$ □

□□□ $f(ax-\ln x-1)\geq f(1)$ □

□□ $f(x)$ □ $[0,+\infty)$ □□□□

□□ $|ax-\ln x-1|\le 1$ □ $x\in[1,e^2]$ □□□□

□□ $\frac{\ln x}{x}\le a\le\frac{\ln x+2}{x}$ □ $x\in[1,e^2]$ □□□□

□ $g(x)=\frac{\ln x}{x}$ □□ $g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}=0$ □□ $x=e$

□ $g(x)$ □ $[1,e)$ □□□□ $(e,e^2]$ □□□□

□□ $g(x)_{\max}=g(e)=\frac{1}{e}$ □

□ $h(x)=\frac{\ln x+2}{x}$ □□ $h'(x)=\frac{-1-\ln x}{x^2}<0$ □

□□ $h(x)$ □ $[1,e^2]$ □□□

$h(x)_{\min}=h(e^2)=\frac{4}{e^2}$ □

□□ $\frac{1}{e}\le a\le\frac{4}{e^2}$.

□□□□□ $\frac{1}{e}\le a\le\frac{4}{e^2}$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□ $f(x)$ □□□ D □□□□□

□1□□□□□ $\forall x\in D, f(x)>0\Leftrightarrow f(x)_{\min}>0$ □ $\forall x\in D, f(x)<0\Leftrightarrow f(x)_{\max}<0$ □

□2□□□□□ $\exists x\in D, f(x)>0\Leftrightarrow f(x)_{\max}>0$ □ $\exists x\in D, f(x)<0\Leftrightarrow f(x)_{\min}<0$.

□□□□□□□□□□□□□□□□ $a>f(x)$ □□ $a<f(x)$ □□□

□1□□□□□ $a>f(x)\Leftrightarrow a>f(x)_{\max}$ □ $a<f(x)\Leftrightarrow a<f(x)_{\min}$ □

□2□□□□□ $a>f(x)\Leftrightarrow a>f(x)_{\min}$ □ $a<f(x)\Leftrightarrow a<f(x)_{\max}$ □

40．（2021·□□□□□□□□□□□□□□□□）$f(x)=(x+2)\ln x+2\sqrt{x}$□□□□□$(1,f(1))$□□□□□□□____________.

□□□□$4x-y-2=0$

□□□□

□□□□□$f'(1)$□$f(1)$□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□$f'(x)=\ln x+\dfrac{2+x}{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$□□□$f'(1)=4$□□□□$f(1)=2$□

□□$f(x)$□□□□□$(1,f(1))$□□□□□□□$y-2=4(x-1)$□□$4x-y-2=0$.

□□□□□$4x-y-2=0$□

41．（2022·□□□□□□□□□□□□□□）$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$□□$f(x)$□□□□□□□$\dfrac{\pi}{2}$□□□□□$f(x)$□□□□□□□$\omega$□□

□□□□□□□□□

①ω□□□□□4

②$f(x)$□$\left[0,\dfrac{3\pi}{16}\right]$□□□□□

③$f(x)$□$\left[\dfrac{7\pi}{16},\dfrac{11\pi}{16}\right]$□□□□□

④$f(x)$□□□□□□□$x=\dfrac{\pi}{2}$□□

⑤$f(x)$□□□□□□$\left[\dfrac{3\pi}{16},0\right]$□□□□

□□□□□□□□□□□__________□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□①⑤

□□□□

$f(x)$□□□□□□□$\dfrac{\pi}{2}$□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□$\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{2\pi}{\omega}\cdot k$□$k\in Z$□□□$\omega$□□□□□□$f(x)=\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{4}\right)$□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $\frac{\pi}{2}$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $\frac{\pi}{2}$ □ $f(x)$ □□□□□□ $\omega>0$ □□□ $\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\omega}\cdot k$ □ $k\in Z$ □□□ $\omega=4k$ □ ω

□□□□□ 4 □□①□□□

□□ $f(x)=\sin\left(4x+\frac{\pi}{4}\right)$ □□ $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 4x+\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$ □□□ $-\frac{3\pi}{16}+\frac{k\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2},k\in Z$ □□ $k=0$ □□ $f(x)$ □□□□

□□□ $\left[-\frac{3\pi}{16},\frac{\pi}{16}\right]$ □□ $k=1$ □□ $f(x)$ □□□□□□□ $\left[\frac{5\pi}{16},\frac{9\pi}{16}\right]$ □□□②③□□□□ $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)\ne\pm1$ □□□④□□□

$f\left(\frac{3\pi}{16}\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)=0$ □□□⑤□□□

□□□□□①⑤□

42．（2022·□□□□□□□□□□□□□□ P □□□ $C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ □□□□□□□□ $l:x-y+3=0$ □□□□□□□□□ A □ B □□□□□□□

PAB □□□□□□□□__________□

□□□□ $\frac{3\sqrt{5}+9}{2}$

□□□□

□□□

□□□□

□□□□□□□ $A(-3,0)$ □ $B(0,3)$ □□ $|AB|=3\sqrt{2}$ □ P □□□ $C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ □□□□□□□□□□□ P □□□□ $(2\cos\theta,\sin\theta)$ □□□ P □□

□ l □□□

$d=\frac{|2\cos\theta-\sin\theta+3|}{\sqrt{2}}\le\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{2}}$ □

□ $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot d\le\frac{1}{2}\cdot3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{5}+9}{2}$ □

□□□□□ $\frac{3\sqrt{5}+9}{2}$

43．（2022·□□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P=\{\alpha\mid f(\alpha)=0\}$ □ $Q=\{\beta\mid g(\beta)=0\}$ □□□□ $\alpha\in\mathbf{R}$ □ $\beta\in R$ □□□

$|\alpha-\beta|<n$，则称函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 互为"n 度零点函数"．若 $f(x)=2^{x-2}-1$，与 $g(x)=x^2-ae^x$(e 为自然对数的底数) 互为"1 度零点函数"，则实数 a 的取值范围为____________．

【答案】$\left(\frac{1}{e},\frac{4}{e^2}\right]$

【分析】

先求解 $f(x)$ 的零点 $x=2$，设 $g(x)$ 的零点为 x_0，再根据"n 度零点函数"的定义得出 $|x_0-2|<1$，进而得到 $a=\frac{x_0^2}{e^{x_0}}$，再构造函数求导分析单调性与取值范围即可

【详解】

解：由 $f(x)=2^{2-x}-1=0$，解得 $x=2$，

由 $g(x)=x^2-ae^x=0$，解得 $x^2=ae^x$，

设其解为 x_0，

$\because$ $f(x)=2^{2-x}-1$ 与 $g(x)=x^2-ae^x$ 互为"1 度零点函数"，

$\therefore |x_0-2|<1$，解得 $1<x_0<3$，

$\because$ $x_0^2=ae^{x_0}$，$\therefore a=\frac{x_0^2}{e^{x_0}}$，

设 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}$，则 $h'(x)=\frac{2x-x^2}{e^x}$，$x\in(1,3)$，

当 $1<x<2$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 是增函数，

当 $2<x<3$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 是减函数，

$\therefore h(x)_{max}=h(2)=\frac{4}{e^2}$，$h(1)=\frac{1}{e}$，$h(3)=\frac{9}{e^3}$，

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $\left(\frac{1}{e},\frac{4}{e^2}\right]$．

故答案为：$\left(\frac{1}{e},\frac{4}{e^2}\right]$

44□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□ $PA\perp$ □□ ABC □ $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$ □ $AP=3$ □ $AB=2\sqrt{3}$ □ Q □ BC □

□□□□□□□□□□□ PQ □□ ABC □□□□□□□□□ $\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□□□□□□□□□□__________□

□□□□ 57π

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□ ΔABC □□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ $P-ABC$ □□ $PA\perp$ □□ ABC □□□ PQ □□□ ABC □□□□□ θ □

□□□□□□ $\sin\theta=\frac{PA}{PQ}=\frac{3}{PQ}$ □□ $\sin\theta$ □□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □

□□ $(PQ)_{\min}=2\sqrt{3}$ □□□ AQ □□□□□ $\sqrt{3}$ □□ A □ BC □□□□ $\sqrt{3}$ □

□□ $AQ\perp BC$ □□□ $AB=2\sqrt{3}$ □□ $Rt\Delta ABQ$ □□□ $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$ □□□□ $BC=6$，

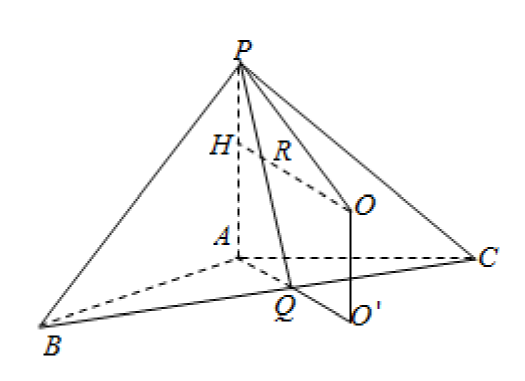
□ ΔABC □□□□□□□ O' □□ $OO'//PA$ □

□□ $\frac{6}{\sin 120^{0}}=2r$ □□□ $r=2\sqrt{3}$ □□□ $O'A=2\sqrt{3}$，

□ H □ PA □□□□□□ $OH=O'A=2\sqrt{3}, PH=\frac{3}{2}$ □

□□□□□□ $OP=R=\sqrt{PH^2+OH^2}=\frac{\sqrt{57}}{2}$ □

□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□□□ $S=4\pi R^2=4\pi\times(\frac{\sqrt{57}}{2})^2=57\pi$.



□□□□

□□□

□□□□□1□□□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

45．□2021·□□□□□□□□□□□□□F□□□□$C: y^2=8x$□□□□M□C□□□□FM□□□□□y□□□N□□M□FN□□□□□$|FN|=$____________□

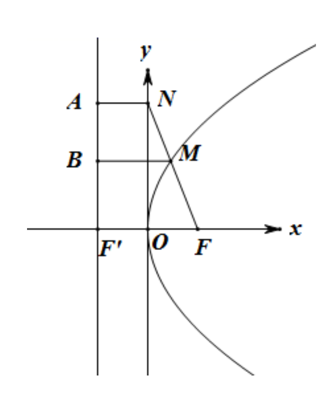
□□□□6

□□□□

□□□□□□□□M□□□□□□□□□□□□□□□x□□□□F'□□$MB\perp l$□□B□$NA\perp l$□□A□□□□□□□□□□□□□□□

□$x=-2$□□$AN=2, FF'=4$□□□□□□$ANFF'$□□□□□$BM=\dfrac{AN+FF'}{2}=3$□□□□□□□□□□$MF=MB=3$□□□□

□□□$MN=MF=3$□□$|FN|=|FM|+|NM|=3+3=6$□



□□:□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□(□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□)□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□

□□□□□□□□□□□□

46．□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$P-ABCD$□□□□□□□□□□□□□□□□□□2□□□□□□2□□□□□□□

□□___.

□□□□9π

□□□□

□□□.

□□□□

□□□□□□□□□$P-ABCD$□□□□PE□□□□□□□□

O PE

PE F AE, AF

$\triangle PAF$ $AE\perp PF$

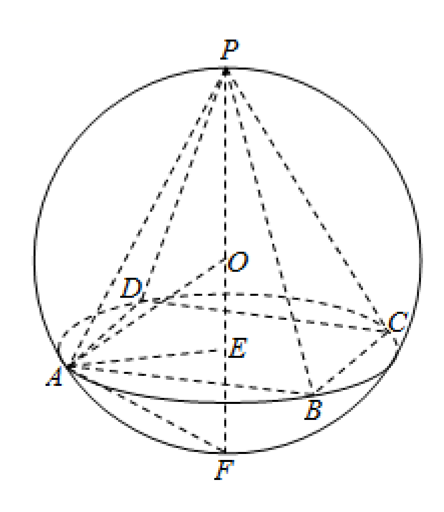
$PA^2=PF\cdot PE$

$AE=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\sqrt{2}$ $PA=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$ $PE=2$

$(\sqrt{6})^2=PF\times 2$ $2R=PF=3$ $R=\frac{3}{2}$

$S=4\pi R^2=9\pi$.

9π.



47 2021· $\triangle ABC$ D $BD=\frac{3}{4}BC$ E AD $AE=\lambda AB+\mu AC$

$t=(\lambda-1)^2+\mu^2$ ________

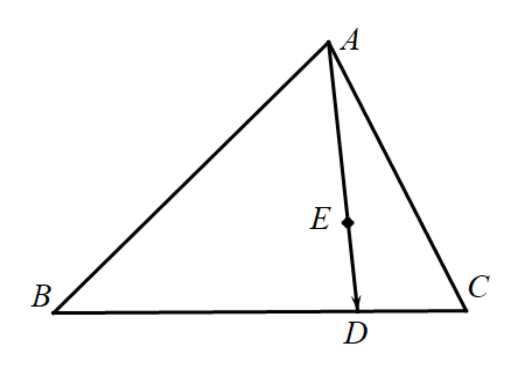
$\frac{9}{10}$

AB, AC AD $\overrightarrow{AE}=k\overrightarrow{AD}$ $0\le k\le 1$ k λ μ $t=(\lambda-1)^2+\mu^2$

$t=\frac{5k^2}{8}-\frac{k}{2}+1$ $t=(\lambda-1)^2+\mu^2$

□□□□

□□□□□



$\triangle ABC$□□ $BD=\frac{3}{4}BC$□

$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$□

□□ E □□□□ AD □□□□□ $\overrightarrow{AE}=k\overrightarrow{AD}$□ $0\le k\le 1$□

$\therefore \overrightarrow{AE}=\frac{k}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3k}{4}\overrightarrow{AC}$□

□ $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$ □$\therefore\begin{cases}\lambda=\frac{k}{4}\\ \mu=\frac{3k}{4}\end{cases}$□

$\therefore t=(\lambda-1)^2+\mu^2=\left(\frac{k}{4}-1\right)^2+\left(\frac{3k}{4}\right)^2=\frac{5k^2}{8}-\frac{k}{2}+1$□

$\therefore$□ $k=\frac{2}{5}$□□ t □□□□□□□□□□ $\frac{9}{10}$.

□□□□□ $\frac{9}{10}$□

48□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2-\frac{a}{2}\ln x-\frac{x}{2}$□$a\in\mathbf{R}$□□ $\left[\frac{1}{16},1\right]$ □□□□□□□□□ a □□□□□____________

___□

□□□□ $\left(-\infty,-\frac{1}{16}\right]\cup[3,+\infty)$ □

□□□□

□□□□ $\left[\frac{1}{16},1\right]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f'(x)\geq 0$ □ $f'(x)\leq 0$ □□□□□□□.

□□□□

□□∵□□ $f(x)=x^2-\frac{a}{2}\ln x-\frac{x}{2}$ □ $a\in\mathbf{R}$ □□ $\left[\frac{1}{16},1\right]$ □□□□□□□□

∴□□ $f(x)$ □ $\left[\frac{1}{16},1\right]$ □□□□□□□□□□□

∴ $f'(x)\geq 0$ □ $f'(x)\leq 0$ □ $\left[\frac{1}{16},1\right]$ □□□□□

∵ $f'(x)=2x-\frac{a}{2x}-\frac{1}{2}=\frac{4x^2-x-a}{2x}$ □

□ $g(x)=4x^2-x-a$ □□□□□□□□□□ $x=\frac{1}{8}$ □

∴ $g(x)_{\min}=4\times\left(\frac{1}{8}\right)^2-a-\frac{1}{8}=-\frac{1}{16}-a$ □

$g(x)_{\max}=4\times1^2-a-1=3-a$ □

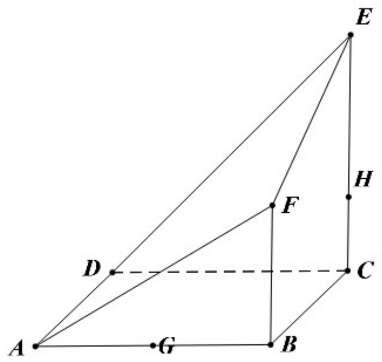
□ $f'(x)\geq 0$ □□□□□ $-\frac{1}{16}-a\geq 0$ □□ $a\leq -\frac{1}{16}$ □

□ $f'(x)\leq 0$ □□□□□ $3-a\leq 0$ □□ $a\leq 3$ □

□□□□□ a □□□□□ $\left(-\infty,-\frac{1}{16}\right]\cup[3,+\infty)$ □

□□□□□ $\left(-\infty,-\frac{1}{16}\right]\cup[3,+\infty)$ □

49□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCDEF$ □□□□ $ABCD$ □□□□□ $CE\perp$ □□ $ABCD$ □ $BF//CE$ □□ $AB=CE=3$ □ $BF=2$ □□ AB □□□ G □□ H □□□ CE □□□□□.



① 当 $CH=1$ 时，$HG//$平面 ADF;

② 直线 CD 与 AE 所成角的正切值为 $\sqrt{3}$;

③ 存在点 H 使 $GH\perp DF$;

④AF 的中点到平面 ABE 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.则以上说法正确的序号是_____________.

【答案】①③④

【分析】

对①，取 BF 的中点 T 进而证明平面 $TGH//$ 平面 ADF，然后得到答案;

对②，由 $AB\parallel CD$，则 $\angle EAB$（或其补角）是所求角，进而解得答案;

对③，建立空间直角坐标系，进而利用空间向量的数量积得到答案;

对④，根据题意，所求距离为 F 到平面 ABE 的距离的一半，进而用等体积法求得答案.

【详解】

对①，如图 1，

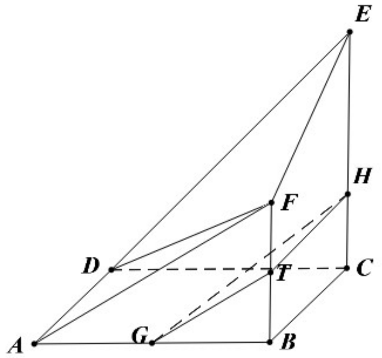


图1

取 BF 的中点 T，连接 GH、HT、GT，由题意，$BT//CH, BT=CH$，即四边形 $BCHT$ 是平行四边形，所以 $TH\parallel BC$，而 $BC\parallel AD$，所以 $TH\parallel AD$，

□ G,T□□□ AB,FB □□□□□ $GT\parallel AF$□□ $TH\cap GT=T$ □ $AF\cap AD=A$ □

□□□□ $TGH//$ □□ ADF □□ $HG//$ □□ ADF □□①□□□

□③□□□2□□□ $AB\parallel CD$□□□□□ CD □ AE □□□□□□□ AB □ AE □□□□□

□ BE □□ $\angle EAB$□□□□□□□□□□□□□□ $EC\perp$□□ $ABCD$□□□ $EC\perp AB$□

□ $AB\perp BC$□□ $EC\cap BC=C$ □□□ $AB\perp$□□ $BCEF$□□ $AB\perp BE$□

□□ $\tan\angle EAB=\frac{BE}{AB}=\sqrt{2}$ □□②□□□

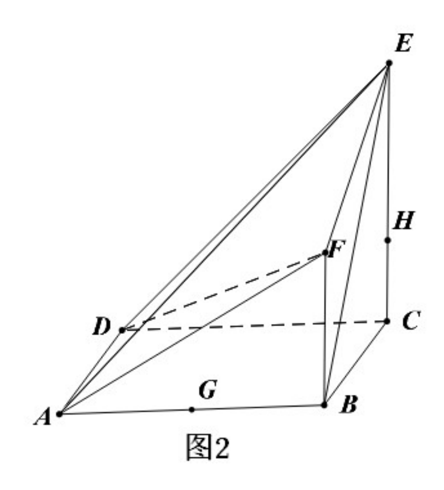


图2

□□③□□ C □□□□□□ $\vec{CD},\vec{CB},\vec{CE}$ □□□□□□□ x,y,z □□□□□□□□□ 3 □□□□□□□□□

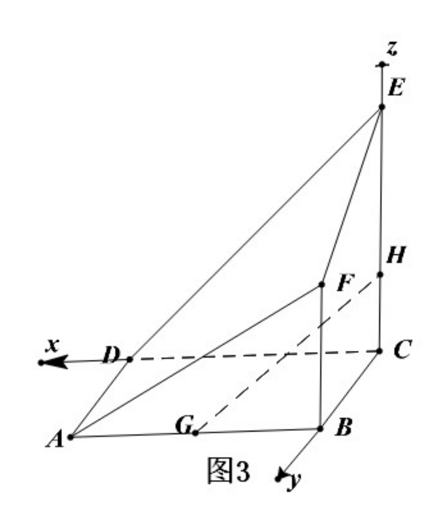


图3

□ $G\left(\frac{3}{2},3,0\right)$, $D(3,0,0)$, $F(0,3,2)$,□ $H(0$□0□$h)$ □□□ $\vec{GH}=\left(-\frac{3}{2}\text{□}-3\text{□}h\right)$ □ $DF=(-3$□3□$2)$ □□

$GH\perp DF\Rightarrow \vec{GH}\cdot\vec{DF}=0$□

□□$-\frac{3}{2}\times(-3)-3\times3+2h=0$□□□$h=\frac{9}{4}$□□□$h£3$□□□□□□③□□□

□④□□□4□

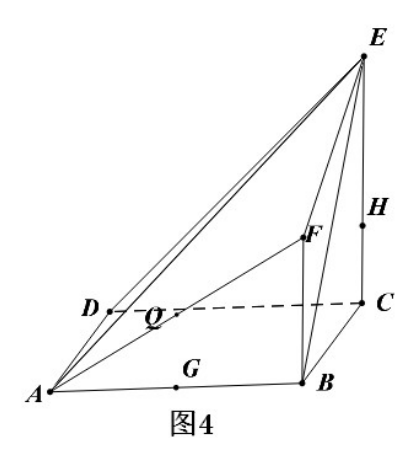


图4

□AF□□□□Q□□Q□□□ABE□□□□□F□□□ABE□□□□□□□

□□□□□□d□□□□□□□□□$BE=3\sqrt{2}$,

□$V_{F-ABE}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABE}\times 2d=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{2}\times2d=3\sqrt{2}d$□

$V_{E-ABF}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABF}\times BC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times2\times3=3$,□□$3\sqrt{2}d=3\Rightarrow d=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

□Q□□□ABE□□□□$\frac{\sqrt{2}}{2}$□□④□□.

□□□□□①③④.

50．（2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□$y^2=4x$□□□□F□□□$M(-1,0)$□□□l□□□□□□□□□□□□□□□A□B□O□□□□□.

□$OB//FA$□□$\triangle ABF$□□□□___________.

□□□□$\sqrt{2}$

□□□□

□$A(x_1,y_1)$□$B(x_2,y_2)$□□□$OB//FA$□□$y_1=2y_2$□$S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BFM}$□□□□□$l$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$y_2$□□□□

□□$\triangle ABF$□□□.

□□□□

□ $OB//FA$ □ $|OM|=|OF|=1$ □□ B □ MA □□□□□ $A(x_1,y_1)$ □ $B(x_2,y_2)$ □

□ $y_1=2y_2$ □ $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BFM}$ □

□□□ l □□□□ $x=my-1(m>0)$ □□□□□□□□ $y^2=4x$ □

□□□ $y^2-4my+4=0$ □

□□□ l □□□□ C □□□□□□□□□□ $\Delta=(-4m)^2-16>0$ □□ $m>1$ □

□□□□□□ $y_1y_2=4$ □□□ $2y_2^2=4$ □□□ $y_2>0$ □□□ $y_2=\sqrt{2}$ □

□□ $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BFM}=\frac{1}{2}y_2|FM|=\sqrt{2}$.

□□□□□ $\sqrt{2}$